

КРАЙНОВ А.В.

**ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ
ТЕХНИЧЕСКАЯ ТЕРМОДИНАМИКА**

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ
К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ
ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ИЗЛУЧЕНИЯ РЕАЛЬНОГО ТЕЛА

ВВЕДЕНИЕ

Техническая термодинамика рассматривает закономерности превращения энергии, устанавливает взаимосвязь между тепловыми, механическими и химическими процессами, которые совершаются в реальных устройствах, изучают свойства тел в различных агрегатных состояниях и проходящие в них процессы.

Решение экспериментальных и практических задач с помощью преподавателя в аудитории и индивидуальных домашних заданий позволяет студенту не только изучить и понять лекционный материал, но и научиться применять свои знания и умения на практике. Проведение лабораторных занятий является неотъемлемой частью учебного процесса, которая служит повышению уровня компетентности студентов.

Представленный материал содержит краткие теоретические сведения и практические задания.

При работе над теоретическим материалом были частично использованы материалы методических пособий [1–37].

Данный материал предназначен для помощи при организации лабораторных занятий преподавателями, для проверки и оценки уровня компетентности студентов, для получения студентами практических навыков самостоятельной работы в процессе лабораторных исследований.

РАЗДЕЛ 1. ТЕПЛОПЕРЕДАЧА

1.1. Способы переноса теплоты

Теплота передается от тел с более высокой температурой к телам с более низкой температурой. При отсутствии разности температур теплообмен прекращается и наступает тепловое равновесие.

Различают три способа переноса теплоты: теплопроводность, конвекцию и тепловое излучение.

Теплопроводность – это передача теплоты при контакте между телами и частицами тела. Теплопроводностью тепло передается по твёрдым телам, в жидкостях и газах.

Конвекция – это перемещение массы жидкости или газа из среды с одной температурой в среду с другой температурой. Если движение вызвано разностью плотностей нагретых и холодных частиц – это *естественная конвекция*, если разностью давлений – *вынужденная конвекция*.

Тепловое излучение – это процесс распространения теплоты от излучающего тела с помощью электромагнитных волн. Он обусловлен температурой и оптическими свойствами излучающего тела (твёрдых тел, трех- и многоатомных газов).

В твёрдых телах тепло передается только теплопроводностью. Только излучением тепло передается между телами, расположенными в вакууме. Конвекцию невозможно отделить от температуропроводности.

Совместный перенос теплоты конвекцией и теплопроводностью называется **конвективным теплообменом**.

Конвективный теплообмен между поверхностью и омывающей ее средой называется **теплоотдачей**.

Передача теплоты одновременно двумя или тремя способами называется **сложным теплообменом**.

Передача теплоты от одной среды к другой через разделяющую их стенку называется **теплопередачей**.

1.2. Температурное поле. Градиент температуры. Тепловой поток

Температурное поле тела или системы тел – это совокупность мгновенных значений температур во всех точках рассматриваемого пространства. В общем случае уравнение температурного поля имеет вид

$$t = f(x, y, z, \tau), \quad (1.1)$$

где t – температура; x, y, z – координаты; τ – время.

Такое температурное поле называется *нестационарным*. Если температура с течением времени не изменяется, то температурное поле называется *стационарным*. Тогда

$$t = f(x, y, z, \tau); \quad \frac{\partial t}{\partial \tau} = 0.$$

Температура может быть функцией одной, двух и трех координат; соответственно температурное поле будет *одно-, двух- и трехмерным*. Наиболее простой вид имеет уравнение одномерного стационарного температурного поля: $t = f(x)$.

Поверхность, объединяющая точки тела с одинаковой температурой, называется *изотермической*. Изотермические поверхности не пересекаются, они либо замыкаются на себя, либо заканчиваются на границе тела. Пересечение изотермических поверхностей с плоскостью дает на ней семейство изотерм.

Направление, по которому расстояние между изотермическими поверхностями минимальное, называется *нормалью* (n) к изотермической поверхности.

Производная температура по нормали к изотермической поверхности называется *температурным градиентом*:

$$\frac{\partial t}{\partial n} = \text{grad } t. \quad (1.2)$$

Температурный градиент – вектор, направленный по нормали к изотерме в сторону увеличения температуры.

Общее количество теплоты, переданное в процессе теплообмена через изотермическую поверхность площадью F в течение времени τ , обозначим Q_τ , Дж.

Количество теплоты, переданное через изотермическую поверхность площадью F в единицу времени, называется *тепловым потоком* Q , Вт.

Тепловой поток, переданный через единицу поверхности, называется *плотностью теплового потока*

$$q = \frac{Q}{F}, \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

Вектор плотности теплового потока направлен по нормали к изотермической поверхности в сторону уменьшения температуры.

1.3. Законы переноса теплоты

Теплота, передаваемая *теплопроводностью*, описывается **законом Фурье**, согласно которому вектор плотности теплового потока прямо пропорционален температурному градиенту

$$q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n}, \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}. \quad (1.3)$$

Тепловой поток, количество теплоты и плотность теплового потока связаны соотношениями:

$$Q = q F, \text{ Вт}; \quad (1.4)$$

$$Q_{\tau} = q F \Delta \tau, \text{ Дж}, \quad (1.5)$$

где F – площадь изотермической поверхности, м^2 ; $\Delta \tau$ – промежуток времени, с.

Коэффициент пропорциональности в уравнении (1.3) λ , $\text{Вт/м} \cdot \text{К}$ называется *коэффициентом теплопроводности* и характеризует способность тел передавать тепло. Коэффициент теплопроводности зависит от структуры, плотности, влажности, давления и температуры тел. Значения коэффициентов теплопроводности определяются экспериментально и для технически важных тел (металлов, строительных и изоляционных материалов, жидкостей, газов) содержатся в справочной литературе. Наибольшие коэффициенты теплопроводности имеют металлы, наименьшие – теплоизоляционные материалы и газы.

Так как тела могут иметь различную температуру, например, от t_1 до t_2 , то расчеты ведутся при *среднем* значении коэффициента теплопроводности ($\lambda_{\text{ср}}$) для данного интервала температур. Если в справочнике значения $\lambda = f(t)$ даются в виде таблицы, то получить $\lambda_{\text{ср}}$ для данного интервала температур несложно. Для многих материалов приводится линейная зависимость $\lambda = f(t)$:

$$\lambda(t) = a \pm bt, \quad (1.6)$$

где a , b – постоянные коэффициенты, присущие конкретному материалу. Формулу для расчета $\lambda_{\text{ср}}$ в интервале температур $t_1 - t_2$, нетрудно получить, если решить совместно уравнения (1.6) и (1.7):

$$\lambda_{\text{ср}} = \frac{\int_{t_1}^{t_2} \lambda(t) dt}{t_2 - t_1}, \quad (1.7)$$

тогда

$$\lambda_{\text{ср}} = a \pm b \frac{t_1 + t_2}{2}. \quad (1.8)$$

Такой прием можно применить для получения расчетных формул $\lambda_{\text{ср}}$ при любой нелинейной зависимости $\lambda(t)$.

Конвективную теплоотдачу между поверхностью с температурой t_c и омывающей ее средой с температурой $t_{\text{ж}}$ описывает **закон Ньютона – Рихмана**, согласно которому плотность теплового потока q прямо пропорциональна разности температур стенки и среды:

$$q = \alpha(t_c - t_{\text{ж}}), \quad \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}. \quad (1.9)$$

По формулам (1.4) и (1.5) можно вычислить Q и $Q_{\text{т}}$.

Коэффициент пропорциональности в уравнении (1.9) называется *коэффициентом теплоотдачи* α , $\frac{Вт}{м^2 \cdot К}$, характеризует интенсивность процесса конвективного теплообмена между поверхностью и омывающей ее средой. В теплопередаче принято омывающую поверхность среду (воздух, газ, вода, любой теплоноситель) именовать «жидкость» и обозначать температуру среды $t_{ж}$.

Коэффициент теплоотдачи зависит от температур t_c и $t_{ж}$, от скорости и от свойств жидкости, от формы, размеров, ориентации поверхности. Коэффициенты теплоотдачи для различных условий теплообмена рассчитываются по специальным уравнениям.

Плотность теплового потока при переносе теплоты *излучением* рассчитывается по формуле

$$q = \varepsilon q_0 = \varepsilon c_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4, \frac{Вт}{м^2}. \quad (1.10)$$

В уравнении (1.10) коэффициентом пропорциональности является степень черноты излучающего тела (ε), которая характеризует его способность излучать и поглощать энергию. Для твёрдых тел значения ε приводятся в справочниках, для излучающих газов рассчитываются с помощью номограмм.

Выражение

$$q_0 = c_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4 \quad (1.11)$$

известно как *закон Стефана – Больцмана*, описывающий связь плотности теплового потока и температуры абсолютно чёрного тела. Коэффициент излучения абсолютно чёрного тела $c_0 = 5,67 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$.

1.4. Дифференциальное уравнение теплопроводности

В теории приводится вывод дифференциального уравнения температурного поля движущейся жидкости, **уравнение энергии**

$$\begin{aligned} c_p \rho \left(\frac{\partial t}{\partial \tau} + \omega_x \frac{\partial t}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial t}{\partial y} + \omega_z \frac{\partial t}{\partial z} \right) = \\ = \lambda \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + q_v, \end{aligned} \quad (1.12)$$

где c_p – изобарная теплоемкость, Дж/(кг·К); ρ – плотность, кг/м³; λ – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К); ω_x , ω_y , ω_z – проекции скорости движения жидкости, м/с; q_v – плотность внутреннего тепловыделения жидкости, Вт/м³.

Уравнение (1.12) записано для случая $\lambda = \text{const}$.

Дифференциальное уравнение температурного поля для *твёрдых тел* называется дифференциальным уравнением теплопроводности и может быть получено из выражения (1.12) при условии $\omega_x = \omega_y = \omega_z = 0$:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{c_p \rho} \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{q_v}{c_p \rho},$$

где $\frac{\lambda}{c_p \rho} = a$, – коэффициент температуропроводности, характеризует скорость изменения температуры в теле, $\frac{\text{м}^2}{\text{с}}$. Значения $a = f(t)$ для различных тел приводятся в справочниках.

Дифференциальное уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{q_v}{c_p \rho} \quad (1.13)$$

описывает нестационарное температурное поле твёрдых тел с внутренним тепловыделением (с внутренними источниками тепла). Такими источниками тепла могут быть: джоулева теплота, выделяемая при прохождении электрического тока по проводникам; теплота, выделяемая ТВЭЛами ядерных реакторов и т. д.

Дифференциальное уравнение теплопроводности (1.13), записанное в декартовых координатах, можно представить в цилиндрических (r, z, φ) и сферических (r, z, ψ) координатах.

В частности, в *цилиндрических* координатах (r – радиус, φ – полярный угол, z – аппликата) дифференциальное уравнение теплопроводности имеет вид

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{q_v}{c_p \rho}. \quad (1.14)$$

1.5. Условия однозначности

Дифференциальное уравнение описывает множество процессов теплопроводности. Чтобы выделить из этого множества конкретный процесс, необходимо сформулировать особенности этого процесса, которые называются *условиями однозначности* и включают в себя:

- *геометрические условия*, характеризующие форму и размеры тела;
- *физические условия*, характеризующие свойства участвующих в теплообмене тел;
- *граничные условия*, характеризующие условия протекания процесса на границе тела;
- *начальные условия*, характеризующие начальное состояние системы при *нестационарных процессах*.

При решении задач теплопроводности различают:

- *граничные условия первого рода*, когда задается распределение температуры на поверхности тела:

$$t_c = f(x, y, z, \tau) \text{ или } t_c = \text{const};$$

- *граничные условия второго рода*, когда задается плотность теплового потока на поверхности тела

$$q_c = f(x, y, z, \tau) \text{ или } q_c = \text{const};$$

- *граничные условия третьего рода*, когда задается температура среды $t_{\text{ж}}$ и коэффициент теплоотдачи между поверхностью и средой.

В соответствии с законом Ньютона – Рихмана тепловой поток, передаваемый с 1 м^2 поверхности в среду с температурой $t_{\text{ж}}$,

$$q = \alpha(t_c - t_{\text{ж}}).$$

В то же время этот тепловой поток подводится к 1 м^2 поверхности из глубинных слоев тела теплопроводностью

$$q = -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_{n=0}.$$

Тогда уравнение теплового баланса для поверхности тела запишется в виде

$$\alpha(t_c - t_{\text{ж}}) = -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_{n=0}. \quad (1.15)$$

Уравнение (1.15) является математической формулировкой граничных условий третьего рода.

Система дифференциальных уравнений совместно с условиями однозначности представляет собой математическую формулировку задачи. Решения дифференциальных уравнений содержат константы интегрирования, которые определяются с помощью условий однозначности.

1.6. Теплопроводность плоской и цилиндрической стенок при граничных условиях первого рода

Рассмотрим плоскую однородную стенку толщиной δ с постоянным коэффициентом теплопроводности λ и постоянными температурами на поверхностях t_1 и t_2 .

Определим уравнение температурного поля $t = f(x)$ и плотность теплового потока q , Вт/м².

Температурное поле стенки описывается дифференциальным уравнением теплопроводности (1.13) при следующих условиях:

- $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$, т.к. режим стационарный;
- $q_v = 0$, т.к. отсутствуют внутренние источники теплоты;
- $\frac{\partial t}{\partial y} = \frac{\partial t}{\partial z} = 0$, т.к. температуры t_1 и t_2 на поверхностях стенки постоянны.

Температура стенки является функцией только одной координаты x , и уравнение (1.13) принимает вид

$$\frac{d^2 t}{d x^2} = 0, \quad (1.16)$$

т. к. коэффициент температуропроводности стенки $a \neq 0$.

Граничные условия первого рода:

- при $x = 0$ $t = t_1$; (1.17)

- при $x = \delta$ $t = t_2$. (1.18)

Выражение (1.16), (1.17), (1.18) является математической постановкой задачи, решение которой позволит получить искомое уравнение температурного поля $t = f(x)$. Интегрирование уравнения (1.16) дает

$$\frac{d t}{d x} = c_1.$$

При повторном интегрировании получим решение дифференциального уравнения в виде

$$t = c_1 x + c_2. \quad (1.19)$$

Из уравнения (1.19) при условии (1.17) получим

$$t = c_2,$$

а при условии (1.18)

$$t_2 = c_1 \delta + t_1;$$

$$c_1 = \frac{t_2 - t_1}{\delta}.$$

Подстановка констант интегрирования c_1 и c_2 в уравнение (1.19) дает *уравнение температурного поля*

$$t = t_1 - \frac{t_1 - t_2}{\delta} x, \quad (1.20)$$

по которому можно рассчитать температуру по толщине стенки на любой координате $0 < x < \delta$.

Зависимость $t = f(x)$, согласно выражению (1.20) – прямая линия, что справедливо при $\lambda = \text{const}$.

Для определения плотности теплового потока, проходящего через стенку, воспользуемся законом Фурье

$$q = -\lambda \frac{dt}{dx}.$$

С учетом $\frac{dt}{dx} = c_1$ получим расчетную формулу для плотности теплового потока

$$q = \frac{\lambda}{\delta} (t_1 - t_2), \quad \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}. \quad (1.21)$$

Поток теплоты, передаваемый через поверхность стенки площадью F , вычисляется по формуле

$$Q = \frac{\lambda F}{\delta} (t_1 - t_2), \text{ Вт.} \quad (1.22)$$

Формулы (1.21) и (1.22) можно записать в виде

$$q = \frac{t_1 - t_2}{R},$$

где $R = \frac{\delta}{\lambda}, \frac{\text{м}^2 \cdot \text{К}}{\text{Вт}};$

$$Q = \frac{t_1 - t_2}{R},$$

где $R = \frac{\delta}{\lambda F}, \frac{\text{К}}{\text{Вт}}.$

Величины $R = \frac{\delta}{\lambda}$ и $R = \frac{\delta}{\lambda F}$ называются *термическим сопротивлением теплопроводности* плоской стенки.

На основании уравнений

$$q R = t_1 - t_2 \text{ и } Q R = t_1 - t_2$$

можно сделать вывод о том, что термическое сопротивление стенки прямо пропорционально перепаду температур по толщине стенки.

Учесть зависимость коэффициента теплопроводности от температуры можно, если в уравнения (1.21) и (1.22) подставить значения $\lambda_{\text{ср}}$ для интервала температур $t_1 - t_2$.

Рассмотрим теплопроводность *многослойной плоской стенки*, состоящей, например, из трех слоев (рис. 1.1).

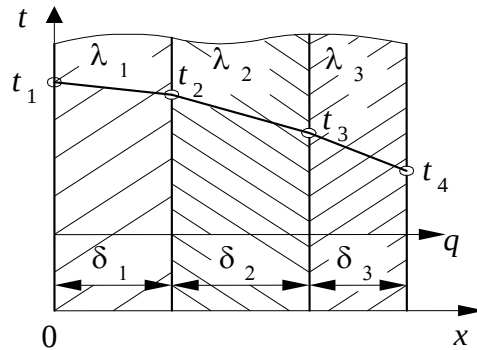


Рис. 1.1

При заданных $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, t_1 = \text{const}, t_4 = \text{const}$ определить $q, \text{Вт/м}^2, t_2, t_3$ (температуры на границах слоёв).

При стационарном режиме тепловой поток, передаваемый через трехслойную стенку, проходит через все слои, и поэтому для каждого слоя можно записать уравнения:

$$q = \frac{\lambda_1}{\delta_1} (t_1 - t_2); \quad (1.23)$$

$$q = \frac{\lambda_2}{\delta_2} (t_2 - t_3); \quad (1.24)$$

$$q = \frac{\lambda_3}{\delta_3} (t_3 - t_4), \quad (1.25)$$

или

$$\left. \begin{aligned} t_1 - t_2 &= \frac{q \delta_1}{\lambda_1}; \\ t_2 - t_3 &= \frac{q \delta_2}{\lambda_2}; \\ t_3 - t_4 &= \frac{q \delta_3}{\lambda_3}. \end{aligned} \right\} \quad (1.26)$$

Сложив левые и правые части уравнений (1.26), получим расчетную формулу для плотности теплового потока, передаваемого через трехслойную стенку,

$$q = \frac{t_1 - t_4}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}}. \quad (1.27)$$

Температуры t_2 и t_3 можно рассчитать по уравнениям (1.23) – (1.25) после того, как найдена плотность теплового потока (q) по (1.27).

Общий вид уравнения (1.27) для многослойной плоской стенки, состоящей из n однородных слоев с постоянными температурами на наружных поверхностях t_{c_1} и t_{c_2} ,

$$q = \frac{t_{c_1} - t_{c_2}}{\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}}. \quad (1.28)$$

Средний коэффициент теплопроводности многослойной стенки называют *эффективным* ($\lambda_{\text{эф}}$). Он равен коэффициенту теплопроводности однородной стенки, толщина и термическое сопротивление которой равны толщине и термическому сопротивлению многослойной стенки:

$$\frac{\sum_{i=1}^n \delta_i}{\lambda_{\text{эф}}} = \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i},$$

откуда

$$\lambda_{\text{эф}} = \frac{\sum_{i=1}^n \delta_i}{\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}}. \quad (1.29)$$

Рассмотрим однородную цилиндрическую стенку (стенка трубы) с внутренним радиусом r_1 , наружным – r_2 , длиной ℓ , с постоянным коэффициентом теплопроводности λ , с постоянными температурами на поверхностях t_1 и t_2 .

Получим уравнение температурного поля $t = f(r)$, тепловой поток, передаваемый через стенку Q , Вт.

Дифференциальное уравнение теплопроводности в цилиндрических координатах (1.14) для условий данной задачи –

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0, \quad q_v = 0, \quad \frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0 \quad \text{– принимает вид}$$

$$\frac{d^2 t}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dt}{dr} = 0. \quad (1.30)$$

Граничные условия первого рода:

$$\bullet \text{ при } r = r_1 \quad t = t_1; \quad (1.31)$$

$$\bullet \text{ при } r = r_2 \quad t = t_2. \quad (1.32)$$

Порядок решения системы уравнений (1.30) – (1.32) тот же, что и в случае плоской стенки: находится общий интеграл дифференциального уравнения второго порядка (1.30), который содержит две константы интегрирования – c_1 и c_2 . Последние определяются с помощью граничных условий (1.31) и (1.32) и после подстановки их значений в режиме дифференциального уравнения (общий интеграл) получаем уравнение температурного поля цилиндрической стенки $t = f(r)$

$$t = t_1 - \frac{t_1 - t_2}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \ln \frac{r}{r_1}, \quad (1.33)$$

где $r_1 \leq r \leq r_2$ – текущий радиус.

При подстановке в выражение (1.33) $r = r_1$ получим $t = t_1$, при $r = r_2$ получим $t = t_2$. Распределение температуры по толщине цилиндрической стенки, в соответствии с (1.33), подчиняется логарифмическому закону.

Для определения теплового потока воспользуемся законом Фурье

$$Q = -\lambda \frac{dt}{dr} F = -\lambda \frac{dt}{dr} 2\pi r \ell. \quad (1.34)$$

Если взять производную $\frac{dt}{dr}$ от правой части уравнения (1.33) и подставить в (1.34), получим расчетную формулу для теплового потока

$$Q = \frac{2\pi \ell \lambda (t_1 - t_2)}{\ln \frac{r_2}{r_1}}, \text{ Вт}. \quad (1.35)$$

В технических расчетах часто тепловой поток вычисляется для 1 м длины трубы:

$$Q_\ell = \frac{Q}{\ell} = \frac{2\pi \lambda (t_1 - t_2)}{\ln \frac{r_2}{r_1}}, \frac{\text{Вт}}{\text{м}}$$

и называется *линейной плотностью потока*.

Запишем уравнение (1.35) в виде

$$Q = \frac{t_1 - t_2}{R},$$

где $R = \frac{1}{2\pi \ell \lambda} \ln \frac{r_2}{r_1}$, $\frac{\text{К}}{\text{Вт}}$, – термическое сопротивление теплопроводности цилиндрической стенки.

Рассмотрим для примера трехслойную цилиндрическую стенку (трубу, покрытую двумя слоями тепловой изоляции), рис. 1.2, с известными постоянными температурами поверхностей t_1 и t_4 , с известными постоянными геометрическими размерами (r_1 , r_2 , r_3 , r_4 , ℓ) и коэффициентами теплопроводности слоев (λ_1 , λ_2 , λ_3).

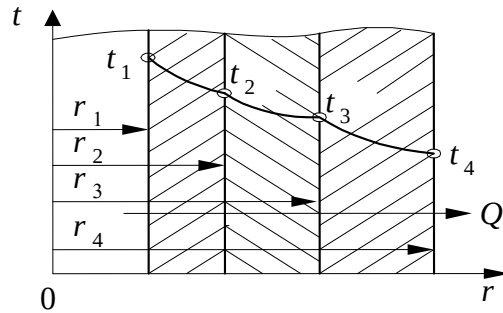


Рис. 1.2

В этом случае можно записать следующие уравнения для теплового потока Q :

$$\left. \begin{aligned} Q &= \frac{2\pi\ell\lambda_1(t_1 - t_2)}{\ln \frac{r_2}{r_1}}; \\ Q &= \frac{2\pi\ell\lambda_2(t_2 - t_3)}{\ln \frac{r_3}{r_2}}; \\ Q &= \frac{2\pi\ell\lambda_3(t_3 - t_4)}{\ln \frac{r_4}{r_3}}. \end{aligned} \right\} \quad (1.36)$$

Совместное решение системы уравнений (1.36) дает расчетную формулу для теплового потока, передаваемого через трехслойную стенку при заданных температурах на поверхностях,

$$Q = \frac{t_1 - t_4}{\frac{1}{2\pi\ell\lambda_1} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{2\pi\ell\lambda_2} \ln \frac{r_3}{r_2} + \frac{1}{2\pi\ell\lambda_3} \ln \frac{r_4}{r_3}}. \quad (1.37)$$

Температуры на границах слоев (t_2, t_4) можно рассчитать по уравнениям (1.36).

Для многослойной цилиндрической стенки, состоящей из n слоев, формулу (1.37) можно записать в общем виде

$$Q = \frac{t_{c_1} - t_{c_2}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{2\pi\ell\lambda_i} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i}}. \quad (1.38)$$

Эффективный коэффициент теплопроводности для многослойной цилиндрической стенки, как и для многослойной плоской стенки, определяется из равенства суммы термических сопротивлений многослойной стенки термическому сопротивлению однородной стенки той же толщины, что и многослойная.

1.7. Теплопроводность плоской и цилиндрической стенок при граничных условиях третьего рода

Граничные условия третьего рода – это когда задается температура жидкости ($t_{ж}$) и коэффициент теплоотдачи (α) между поверхностью стенки и жидкостью.

Передача тепла от одной жидкости к другой через разделяющую их стенку называется теплопередачей.

Примером теплопередачи служит перенос теплоты от дымовых газов к воде через стенку трубы парового котла, перенос тепла от горячей воды к окружающему воздуху через стенку батареи отопления и т. д.

Теплообмен между поверхностью и средой (теплоносителем) может быть конвективным, если теплоноситель – жидкость (вода, нефть и т. д.), или радиационно-конвективным, когда теплота передается путем конвективного теплообмена и излучением, если теплоноситель – газ (дымовые газы, воздух и т. д.).

Рассмотрим теплопередачу через плоскую и цилиндрические стенки при условии только конвективного теплообмена на поверхностях. Передача с радиационно-конвективным теплообменом (сложным теплообменом) на поверхностях будет рассмотрена позже.

Плоская стенка

При заданных $t_{ж1}, t_{ж2}, \alpha_1, \alpha_2, \delta, \lambda$ определить плотность теплового потока q , Вт/м², t_1, t_2 (температуры поверхностей плоской стенки).

Плотность теплового потока q описывается следующими уравнениями, в зависимости от способа передачи теплоты:

- от горячей жидкости к стенке

$$q = \alpha_1 (t_{ж1} - t_1), \quad (1.39)$$

- через стенку

$$q = \frac{\lambda}{\delta} (t_1 - t_2), \quad (1.40)$$

- от стенки к холодной жидкости

$$q = \alpha_2 (t_2 - t_{ж2}). \quad (1.41)$$

Запишем уравнения (1.39) – (1.41) в виде

$$\left. \begin{aligned} t_{ж1} - t_1 &= \frac{q}{\alpha_1}; \\ t_1 - t_2 &= \frac{q\delta}{\lambda}; \\ t_2 - t_{ж2} &= \frac{q}{\alpha_2}. \end{aligned} \right\} \quad (1.42)$$

Сложив правые и левые части уравнений (1.42), получим формулу для расчета теплопередачи (q , Вт/м²) через плоскую стенку

$$q = \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} = \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{R_1 + R_2 + R_3}. \quad (1.43)$$

Величины $R_1 = \frac{1}{\alpha_1}$, $R_3 = \frac{1}{\alpha_3}$ называются *термическими сопротивлениями теплоотдачи*. Они пропорциональны перепадам температур $(t_{ж_1} - t_1)$ и $(t_2 - t_{ж_2})$.

Температуры на поверхностях стенки t_1 и t_2 можно рассчитать по уравнениям (1.39) – (1.41) после того, как определена плотность теплового потока (q) по уравнению (1.43).

Формулу (1.43) можно записать в виде

$$q = \kappa (t_{ж_1} - t_{ж_2}), \quad (1.44)$$

где $\kappa = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}$, $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$ – коэффициент теплопередачи плоской стенки, характеризует

интенсивность процесса теплопередачи.

Теплопередача через многослойную плоскую стенку рассчитывается по формуле

$$q = \frac{t_{ж_1} - t_{ж_2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}. \quad (1.45)$$

Цилиндрическая стенка

При заданных $t_{ж_1}, t_{ж_2}, \alpha_1, \alpha_2, r_1, r_2, \ell$ определить тепловой поток Q , Вт, t_1, t_2 (температуры на поверхностях стенок).

По аналогии с плоской стенкой для цилиндрической стенки можно записать следующую систему уравнений:

$$Q = \alpha_1 F_1 (t_{ж_1} - t_1); \quad (1.46)$$

$$Q = \frac{2\pi\ell\lambda(t_1 - t_2)}{\ln \frac{r_2}{r_1}}; \quad (1.47)$$

$$Q = \alpha_2 F_2 (t_2 - t_{ж_2}), \quad (1.48)$$

где $F_1 = \pi d_1 \ell$, $F_2 = \pi d_2 \ell$ – площади внутренней и наружной поверхностей трубы.

Записав уравнения (1.46) – (1.48) относительно разностей температур, а затем сложив правые и левые части уравнений, получим формулу для расчета *телопередачи* Q , Вт *через цилиндрическую стенку*

$$Q = \frac{t_{ж_1} - t_{ж_2}}{\frac{1}{\alpha_1 F_1} + \frac{1}{2\pi\ell\lambda} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\alpha_2 F_2}}. \quad (1.49)$$

Температуры на поверхностях стенки t_1 и t_2 рассчитываются по уравнениям (1.46) – (1.48).

Формулу (1.49) можно представить в виде

$$q = \kappa (t_{ж_1} - t_{ж_2}),$$

где $\kappa = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 F_1} + \frac{1}{2\pi\ell\lambda} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\alpha_2 F_2}}$, $\frac{\text{Вт}}{\text{К}}$ – *коэффициент теплопередачи цилиндрической стенки*.

Для *металлических труб* с $\frac{d_2}{d_1} < 1,8$ можно пренебречь кривизной стенки и теплопередачу рассчитать по формулам для плоской стенки

$$Q = \kappa F (t_{ж_1} - t_{ж_2}) = \kappa \pi d_x \ell (t_{ж_1} - t_{ж_2}), \text{ Вт},$$

где κ – коэффициент теплопередачи плоской стенки. Диаметр $d_x = d_1$ при $\alpha_1 \ll \alpha_2$; $d_x = d_2$ при $\alpha_2 \ll \alpha_1$, $d_x = \frac{d_1 + d_2}{2}$, если α_1, α_2 соизмеримы.

Теплопередача через многослойную цилиндрическую стенку рассчитывается по формуле

$$Q = \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1 F_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\pi\ell\lambda_i} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i} + \frac{1}{\alpha_2 F_2}}, \quad (1.50)$$

где F_1 и F_2 – площади внутренней и внешней поверхностей многослойной цилиндрической стенки.

1.8. Критический диаметр тепловой изоляции

Тепловой изоляцией является покрытие из теплоизоляционного материала, которое способствует снижению потерь в окружающую среду.

Пусть труба покрыта слоем тепловой изоляции. Теплотери (Q , Вт) через теплоизолированную стенку трубы можно представить формулой

$$Q = \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{R}. \quad (1.51)$$

Термическое сопротивление

$$R = \frac{1}{\alpha_1 \pi d_1 \ell} + \frac{1}{2\pi\lambda_1 \ell} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\pi\lambda_{из} \ell} = f(d_{из}). \quad (1.52)$$

Графическая зависимость $R = f(d_{из})$ представлена на рис. 1.3, откуда следует, что термическое сопротивление изоляции с увеличением диаметра изоляции может уменьшаться до минимального значения, а затем увеличиваться. Так как теплотери (Q) обратно пропорциональны термическому сопротивлению, согласно уравнению (1.50), то зависимость $Q = f(d_{из})$ является зеркальным отображением кривой $R = f(d_{из})$.

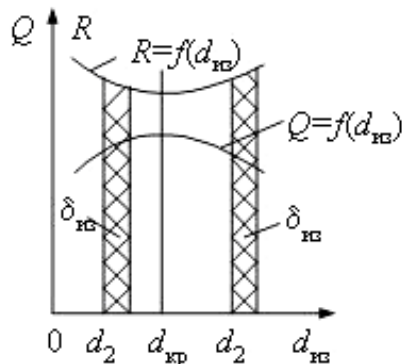


Рис. 1.3

Значение $d_{из}$, соответствующее минимуму кривой $R = f(d_{из})$, называется *критическим* $d_{кр}$ и может быть определено из условия минимума функции

$$\frac{dR}{d(d_{из})} = 0. \quad (1.53)$$

Совместное решение выражений (1.53) и (1.52) дает

$$\frac{1}{2\lambda_{из} d_{из}^2} - \frac{1}{\alpha_2 d_{из}^2} = 0,$$

откуда

$$d_{из} = d_{кр} = \frac{2\lambda_{из}}{\alpha_2}. \quad (1.54)$$

Критическому диаметру изоляции соответствует минимальное термическое сопротивление и максимальный тепловой поток.

Анализ уравнения (1.52) показывает:

а) при положении тепловой изоляции толщиной $\delta_{из}$ на трубу с $d_2 < d_{кр}$ (рис. 1.3) термическое сопротивление уменьшается, теплотери увеличиваются за счет увеличения площади теплоотдающей поверхности изоляции ($\pi d_{из} \ell$);

б) если $d_2 > d_{кр}$, термическое сопротивление увеличивается, теплопотери уменьшаются, тепловая изоляция оправдывает свое назначение, т. к. третье слагаемое в уравнении (1.52) становится существенно больше, чем четвертое.

Таким образом, для эффективного применения изоляции необходимо, чтобы $d_2 \geq d_{кр}$:

$$d_2 \geq \frac{2\lambda_{из}}{\alpha_2},$$

откуда

$$\lambda_{из} \leq \frac{\alpha_2 d_2}{2}. \quad (1.55)$$

Правильно подобранный теплоизоляционный материал должен удовлетворять условию уравнения (1.55).

1.9. Теплопроводность тел с внутренними источниками тепла при стационарном режиме

Примеры процессов с внутренним тепловыделением: выделение джоулевой теплоты при прохождении электрического тока по проводникам; объёмное выделение теплоты в тепловыделяющих элементах ядерных реакторов; выделение теплоты при протекании ряда химических реакций и т.д.

Важной исходной величиной для расчета теплопроводности в телах с внутренними источниками теплоты является *плотность объёмного тепловыделения* q_v :

$$q_v = \frac{Q}{V}, \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3},$$

где Q – теплота, выделяемая за 1 с, Дж/с = Вт; V – тепловыделяющий объём, м^3 .

Для проводников электрического тока выделяемая джоулевая теплота равна электрической мощности ($Q = N$), а плотность объёмного тепловыделения

$$q_v = \frac{N}{V}, \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3}.$$

а) теплопроводность однородной пластины

Симметричные условия охлаждения

Рассмотрим тонкую пластину толщиной 2δ с площадью поверхности F , с коэффициентом теплопроводности $\lambda = \text{const}$, с объёмным тепловыделением q_v , которая находится в среде с температурой $t_{\text{ж}} = \text{const}$. Задан коэффициент теплоотдачи $\alpha = \text{const}$. Условие «тонкой» пластины предполагает пренебрежимо малый отток тепла в среду с торцов, теплота передается в среду только с боковых поверхностей пластины.

Определить уравнение температурного поля $t = f(x)$, тепловой поток Q , отводимый с боковой поверхности пластины.

Температурное поле пластины описывается дифференциальным уравнением теплопроводности (1.13). Для стационарного режима $\left(\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0\right)$, при отсутствии теплоотдачи с торцов $\left(\frac{\partial t}{\partial y} = \frac{\partial t}{\partial z} = 0\right)$, оно запишется в виде

$$\frac{d^2 t}{d x^2} + \frac{q_v}{\lambda} = 0. \quad (1.56)$$

Дифференциальное уравнение второго порядка требует два дополнительных условия однозначности для определения констант интегрирования. Такими условиями являются граничные условия третьего рода (заданы $t_{\text{ж}}$, α), которые на основании уравнения (1.15) для данной задачи запишутся в виде

$$-\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x=\delta} = \alpha(t_c - t_{\text{ж}}), \quad (1.57)$$

и условие максимума температуры в центре пластины

$$\left(\frac{d t}{d x} \right)_{x=0} = 0. \quad (1.58)$$

Система уравнений (1.56) – (1.58) является математической постановкой задачи.

Граничные условия на поверхностях пластины одинаковы, тепловые потоки, отводимые с поверхностей, одинаковы, поэтому можно рассматривать лишь одну половину пластины, например правую, для которой записано граничное условие (1.57).

После интегрирования выражения (1.56) получим

$$\frac{d t}{d x} = -q_v + \frac{x}{\lambda} + c_1; \quad (1.59)$$

$$t = -q_v \frac{x^2}{2\lambda} + c_1 x + c_2. \quad (1.60)$$

Выражение (1.60) является общим интегралом уравнения (1.56). Постоянные интегрирования c_1 и c_2 определяются с помощью граничных условий (1.57) и (1.58). Из уравнения (1.59), с учетом (1.58), получим

$$\left(\frac{d t}{d x} \right)_{x=0} = c_1 = 0.$$

Из уравнения (1.59), при $x = \delta$, имеем

$$\left(\frac{d t}{d x} \right)_{x=\delta} = -\frac{q_v}{\lambda} \delta,$$

а из (1.60), при $x = \delta$,

$$t_c = -\frac{q_v \delta}{2\lambda} + c_1.$$

Значения $\left(\frac{d t}{d x} \right)_{x=\delta}$ и t_c подставим в выражение (1.57) и найдем постоянную интегрирования

$$c_2 = \frac{q_v \delta}{\alpha} + \frac{q_v \delta^2}{2\lambda} + t_{\text{ж}}.$$

После подстановки значений c_1 и c_2 получим уравнение температурного поля $t = f(x)$ при граничных условиях третьего рода

$$t = t_{\text{ж}} + \frac{q_v \delta}{\alpha} + \frac{q_v}{2\lambda}(\delta^2 - x^2), \quad (1.61)$$

где x – текущая координата.

Выражение (1.60) определяет уравнение симметричной параболы. Максимальная температура (t_{max}) – в центре пластины ($x = 0$), минимальная ($t_{\text{с}}$) – на поверхности ($x = \delta$). При этих условиях из уравнения (1.61) можно получить расчетные формулы для максимальной температуры и температуры поверхности пластины

$$t_{\text{max}} = t_{\text{ж}} + \frac{q_v \delta}{\alpha} + \frac{q_v \delta^2}{2\lambda}; \quad (1.62)$$

$$t_{\text{с}} = t_{\text{ж}} + \frac{q_v \delta}{\alpha}. \quad (1.63)$$

Если в уравнение (1.61) подставить значение $t_{\text{с}}$, согласно (1.63), то получим уравнение температурного поля пластины $t = f(x)$ при граничных условиях первого рода

$$t = t_{\text{с}} + \frac{q_v}{2\lambda}(\delta^2 - x^2). \quad (1.64)$$

Тепловой поток, рассеиваемый поверхностью F , рассчитывается по формулам

$$Q = \alpha(t_{\text{с}} - t_{\text{ж}})F, \text{ Вт}; \quad (1.65)$$

$$Q = q_v \cdot \frac{V}{2}, \text{ Вт}, \quad (1.66)$$

где V – объём пластины, м^3 .

Суммарный тепловой поток, рассеиваемый двумя боковыми поверхностями, вдвое больше, т. к. площадь поверхности охлаждения $F_{\text{охл}} = 2F$, тепловыделяемый объём – V , м^3 .

Несимметричные условия охлаждения (граничные условия третьего рода)

Рассмотрим тонкую пластину толщиной δ с коэффициентом теплопроводности $\lambda = \text{const}$, с объёмным тепловыделением q_v , с температурами сред, омывающими пластину $t_{ж1}$, $t_{ж2}$ и соответственно коэффициентами теплоотдачи α_1 , α_2 .

Определить уравнение температурного поля $t = f(x)$, потоки теплоты (Q_1 , Q_2), координату максимальной температуры (x_0).

Математическая формулировка задачи включает в себя дифференциальное уравнение температурного поля пластины (1.56), граничные условия третьего рода для поверхностей пластины (1.67), (1.68) и условия максимума температуры при $x = x_0$:

$$-\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x=\delta} = \alpha_2 (t_{c2} - t_{ж2}); \quad (1.67)$$

$$\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x=0} = \alpha_1 (t_{c2} - t_{ж1}); \quad (1.68)$$

$$\left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x=x_0} = 0. \quad (1.69)$$

Уравнения (1.67) – (1.69) необходимы для определения постоянных интегрирования c_1 и c_2 в общем решении дифференциального уравнения теплопроводности (1.56) и координаты максимальной температуры x_0 .

Решение системы дифференциальных уравнений (1.56), (1.67) – (1.69) дает уравнение температурного поля пластины $t = f(x)$ при несимметричных условиях охлаждения

$$t = t_{\text{ж}} - \frac{q_v}{2\lambda} x^2 + \left(x + \frac{\lambda}{\alpha_1} \right) M, \quad (1.70)$$

где

$$M = \frac{\frac{q_v \delta}{\alpha_2} + \frac{q_v \delta^2}{2\lambda} + (t_{\text{ж}2} - t_{\text{ж}1})}{\frac{\lambda}{\alpha_2} + \delta + \frac{\lambda}{\alpha_1}},$$

и формулу для расчета координаты максимальной температуры

$$x_0 = \frac{\lambda}{q_v} M. \quad (1.71)$$

Уравнение (1.70) описывает несимметричную параболу. Формулы для вычисления температур на поверхностях пластины t_{c_1} , t_{c_2} и максимальной температуры (t_{max}) можно получить, если в (1.70) подставить значения $x = 0$, $x = \delta$, $x = x_0$ соответственно.

Потоки тепла, рассеиваемые поверхностями пластины,

$$Q_1 = q_v \cdot V_1 = q_v x_0 F, \text{ Вт}; \quad (1.72)$$

$$Q_2 = q_v \cdot V_2 = q_v (\delta - x_0) F, \text{ Вт}, \quad (1.73)$$

где F , м², – площадь поверхности пластины; V_1 , V_2 , м³, – тепловыделяющие объёмы.

Несимметричные условия охлаждения (граничные условия первого рода)

Рассмотрим тонкую пластину толщиной δ с коэффициентом теплопроводности $\lambda = \text{const}$, с объёмным тепловыделением q_v , с заданными температурами на поверхностях стенок t_{c_1} , t_{c_2} соответственно.

Определить уравнение температурного поля $t = f(x)$, координату максимальной температуры (x_0).

Математическая формулировка задачи включает в себя дифференциальное уравнение температурного поля пластины (1.56), граничные условия первого рода для поверхностей пластины:

- при $x = 0$ $t = t_{c_1}$; (1.74)

- при $x = \delta$ $t = t_{c_2}$ (1.75)

и условия максимума температуры (1.58).

Решение системы уравнений (1.56), (1.58), (1.74), (1.75) дает уравнение температурного поля $t = f(x)$ в виде

$$t = -\frac{q_v}{2\lambda} x^2 + \left(\frac{t_{c_2} - t_{c_1}}{\delta} + \frac{q_v \delta}{2\lambda} \right) x + t_{c_1} \quad (1.76)$$

и формулу для расчета координаты максимальной температуры

$$t = \frac{\delta}{2} + \frac{(t_{c_2} - t_{c_1})\lambda}{q_v \delta}. \quad (1.77)$$

Потоки тепла, рассеиваемые поверхностями пластины, рассчитываются по уравнениям (1.72), (1.73).

б) теплопроводность однородного цилиндрического стержня

Рассмотрим длинный цилиндрический стержень радиусом r_0 с коэффициентом теплопроводности $\lambda = \text{const}$, с объёмным тепловыделением q_v , который находится в среде с температурой $t_{\text{ж}} = \text{const}$. Задан коэффициент теплоотдачи $\alpha = \text{const}$. Условие «длинного» стержня предполагает пренебрежимо малый отток тепла в среду с торцов стержня. Вся теплота отдается в среду только цилиндрической поверхностью стержня. При этом температура цилиндрической поверхности будет одинаковой (t_c) и температура в стержне будет изменяться только по радиусу.

Определить уравнение температурного поля $t = f(x)$, тепловой поток Q , рассеиваемый цилиндрической поверхностью стержня.

Температурное поле цилиндрического стержня описывается дифференциальным уравнением теплопроводности в цилиндрических координатах (1.14). При условиях стационарного режима $\left(\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0\right)$ и постоянства температур t_c и $t_{ж}$ уравнение (1.14) запишется в виде

$$\frac{d^2 t}{d r^2} + \frac{1}{r} \frac{d t}{d r} + \frac{q_v}{\lambda} = 0. \quad (1.78)$$

Граничные условия третьего рода для цилиндрической поверхности стержня

$$-\lambda \left(\frac{d t}{d r_{r=r_0}} \right) = \alpha (t_c - t_{ж}). \quad (1.79)$$

Условие максимума температуры в центре стержня

$$\left(\frac{d t}{d r} \right)_{r=0} = 0. \quad (1.80)$$

Решением уравнения (1.78) является общий интеграл

$$t = -\frac{q_v r^2}{4\lambda} + c_1 \ln r + c_2. \quad (1.81)$$

После нахождения постоянных интегрирования c_1 и c_2 с помощью условий (1.79) и (1.80) получим уравнение температурного поля цилиндрического стержня $t = f(r)$ в виде

$$t = t_{ж} + \frac{q_v r_0}{2\alpha} + \frac{q_v}{4\lambda} (r_0^2 - r^2), \quad (1.82)$$

где r – текущий радиус.

Уравнение (1.82) описывает симметричную параболу.

Подстановка в уравнение (1.82) значений $r = 0$, $r = r_0$ дает расчетные формулы для $t_{\max}$, t_c :

$$t_{\max} = t_{\text{ж}} + \frac{q_v r_0}{2\alpha} + \frac{q_v r_0^2}{4\lambda}; \quad (1.83)$$

$$t_c = t_{\text{ж}} + \frac{q_v r_0}{2\alpha}. \quad (1.84)$$

При подстановке (1.84) в (1.82) получим уравнение температурного поля цилиндрического стержня при граничных условиях первого рода

$$t = t_c + \frac{q_v}{4\alpha}(r_0^2 - r^2). \quad (1.85)$$

Тепловой поток, рассеиваемый цилиндрической поверхностью, можно определить двумя способами:

$$Q = \alpha(t_c - t_{\text{ж}})F, \text{ Вт};$$

$$Q = q_v V, \text{ Вт},$$

где $F = 2\pi r_0 \ell$ – площадь цилиндрической поверхности стержня, м^2 ; $V = \pi r_0^2 \ell$ – объём стержня, м^3 ; ℓ – длина стержня, м.

в) теплопроводность цилиндрической стенки

Рассмотрим цилиндрическую стенку с внутренним тепловыделением q_v при отсутствии теплоотдачи с торцов. Температурное поле такой стенки описывается уравнением (1.78) с общим интегралом (1.81).

Выделяют случаи, когда теплоотдающей поверхностью являются:

- 1) внешняя поверхность (наружная);
- 2) внутренняя поверхность;
- 3) обе поверхности.

Рассмотрим условия для 1-го случая, когда охлаждение идёт по внешней (наружной) поверхности с заданными исходными характеристиками $r_1, r_2, \ell, t_{\text{ж}2}, \alpha_2, q_v, \lambda$.

Определить уравнение температурного поля $t = f(r)$, тепловой поток (Q_2 , Вт), рассеиваемый наружной поверхностью.

Для нахождения постоянных интегрирования c_1 и c_2 в уравнении (1.81) потребуется два дополнительных условия: граничное условие третьего рода для наружной поверхности стенки

$$-\lambda \left(\frac{dt}{dr} \right)_{r=r_2} = \alpha_2 (t_{c_2} - t_{ж_2}) \quad (1.86)$$

и условие максимума температуры на внутренней поверхности стенки

$$\left(\frac{dt}{dr} \right)_{r=r_1} = 0. \quad (1.87)$$

Решением системы уравнений (1.78), (1.86), (1.87) является уравнение температурного поля $t = f(r)$ в виде

$$t = t_{ж_2} + \frac{q_v r_2}{2\alpha_2} \left[1 - \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \right] + \frac{q_v r_2^2}{4\lambda} \left[1 + \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 2 \ln \frac{r}{r_2} - \left(\frac{r}{r_2} \right)^2 \right], \quad (1.88)$$

где r – текущий радиус.

Расчетные формулы для вычисления максимальной температуры $t_{\max}$, температуры наружной поверхности стенки t_{c_2} можно получить, если в (1.88) подставить $r = r_1$, $r = r_2$ соответственно.

Тепловой поток, рассеиваемый наружной поверхностью стенки

$$Q_2 = q_v \cdot V, \text{ Вт}, \quad (1.89)$$

где $V = \pi (r_2^2 - r_1^2) \ell$, м³ – тепловыделяющий объём.

Рассмотрим условия для 2-го случая, когда охлаждение идёт по внутренней поверхности с заданными исходными характеристиками $r_1, r_2, \ell, t_{ж_1}, \alpha_1, q_v, \lambda$.

Определить уравнение температурного поля $t = f(r)$, тепловой поток (Q_1 , Вт), рассеиваемый внутренней поверхностью.

Граничные условия третьего рода для внутренней поверхности стенки запишутся в виде

$$\lambda \left(\frac{dt}{dr} \right)_{r=r_1} = \alpha_1 (t_{c_1} - t_{ж_1}). \quad (1.90)$$

Условие максимума температуры на наружной поверхности стенки

$$\left(\frac{dt}{dr} \right)_{r=r_2} = 0. \quad (1.91)$$

Решением системы уравнений (1.78), (1.90), (1.91) является уравнение температурного поля $t = f(r)$

$$t = t_{ж_1} + \frac{q_v r_1}{2\alpha_1} \left[\left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 - 1 \right] + \frac{q_v r_2^2}{4\lambda} \left[2 \ln \frac{r}{r_2} + \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 - \left(\frac{r}{r_2} \right)^2 \right]. \quad (1.92)$$

Расчетные формулы для $t_{\max}$ и t_{c_1} можно получить, если в (1.92) подставить $r_1 = r_2$ и $r = r_1$ соответственно.

Тепловой поток Q_1 , рассеиваемый внутренней поверхностью стенки, рассчитывается по уравнению (1.89).

Рассмотрим условия для 3-го случая, когда охлаждение идёт по внутренней и внешней поверхностям с заданными исходными характеристиками $r_1, r_2, \ell, t_{c_1}, t_{c_2}, q_v, \lambda$.

Определить уравнение температурного поля $t = f(r)$, радиус максимальной температуры r_0 , тепловые потоки Q_1, Q_2 .

Для нахождения постоянных интегрирования c_1 и c_2 в уравнении (1.81) и радиуса максимальной температуры r_0 потребуется три дополнительных условия: граничное условие первого рода на поверхностях стенки:

$$\bullet \text{ при } r = r_1 \quad t = t_{c_1}; \quad (1.93)$$

$$\bullet \text{ при } r = r_2 \quad t = t_{c_2} \quad (1.94)$$

и условие максимума температуры при $r = r_0$

$$\left(\frac{dt}{dr}\right)_{r=r_0} = 0. \quad (1.95)$$

Решением системы уравнений (1.78), (1.93) – (1.95) являются уравнение температурного поля стенки $t = f(r)$

$$t = t_{c_1} + \frac{q_v}{4\lambda}(r_1^2 - r^2) + \frac{q_v r_0^2}{2\lambda} \ln \frac{r}{r_1}, \quad (1.96)$$

где r – текущий радиус, и формула для расчета радиуса точки, в которой определяется максимальная температура;

$$r_0^2 = \frac{q_v(r_2^2 - r_1^2) - 4\lambda(t_{c_1} - t_{c_2})}{2q_v \ln \frac{r_2}{r_1}}. \quad (1.97)$$

Формулы для расчета перепадов температуры в стенке получены на основании уравнения (1.96)

$$t_{\max} - t_{c_2} = + \frac{q_v r_0^2}{4\lambda} \left[\left(\frac{r_2}{r_0} \right)^2 - 2 \ln \frac{r_2}{r_0} - 1 \right]; \quad (1.98)$$

$$t_{\max} - t_{c_1} = + \frac{q_v r_0^2}{4\lambda} \left[\left(\frac{r_1}{r_0} \right)^2 + 2 \ln \frac{r_0}{r_1} - 1 \right]. \quad (1.99)$$

Потоки теплоты Q_1 и Q_2 , рассеиваемые поверхностями стенки, рассчитываются по формулам:

$$Q_1 = q_v \cdot V_1 = q_v \pi(r_0^2 - r_1^2) \ell;$$

$$Q_2 = q_v \cdot V_2 = q_v \pi(r_2^2 - r_0^2) \ell.$$

Суммарный тепловой поток

$$Q = Q_1 + Q_2 = q_v \pi(r_2^2 - r_1^2)\ell.$$

1.10. Теплообмен излучением

Диатермичной называется среда, которая сама не излучает и не поглощает энергию излучения, но пропускает все лучи (прозрачна). Диатермичными являются одно- и двухатомные газы. Трех- и многоатомные газы излучают и поглощают энергию. Так как в воздухе содержание таких газов пренебрежимо мало (состав воздуха: $\approx 21\%$ O_2 и $\approx 79\%$ N_2), то его считают диатермичной средой.

Основные понятия и законы теплового излучения

Тепловое излучение – это процесс распространения внутренней энергии тела путем электромагнитных волн. К тепловому излучению относят инфракрасное и видимое излучение, диапазон длин волн которых $\lambda = 0,4 - 800$ мкм. Твёрдые тела излучают энергию всех длин волн в данном диапазоне, т.е. имеют сплошной спектр излучения.

Твёрдые тела излучают и поглощают энергию поверхностным слоем, поэтому интенсивность их излучения (поглощения) зависит от температуры и состояния поверхности (гладкая, шероховатая, чёрная, белая и т. д.).

Количество энергии излучения, переносимой за 1 с через произвольную поверхность F , называется *поток излучения* и обозначается Q , Вт.

Поток излучения, соответствующий всему спектру излучения, называется *интегральным*.

Поверхностная *плотность потока* интегрального излучения обозначается $q = Q/F$, Вт.

Каждое тело не только излучает, но и поглощает лучистую энергию. Разность между поглощенной и собственной лучистой энергией называется *результатирующим* излучением:

$$Q_{\text{рез}} = Q_{\text{погл}} - Q_{\text{соб}}.$$

При $Q_{\text{рез}} > 0$ температура тела увеличивается, и наоборот.

При $Q_{\text{рез}} = 0$ температура тела не изменяется (состояние термического равновесия).

Из всего количества падающей на тело лучистой энергии ($Q_{\text{пад}}$) часть ее поглощается ($Q_{\text{погл}}$), часть отражается ($Q_{\text{отр}}$) и часть проходит сквозь тело ($Q_{\text{проп}}$). Следовательно,

$$Q_{\text{пад}} = Q_{\text{погл}} + Q_{\text{отр}} + Q_{\text{проп}},$$

или

$$1 = \frac{Q_{\text{погл}}}{Q_{\text{пад}}} + \frac{Q_{\text{отр}}}{Q_{\text{пад}}} + \frac{Q_{\text{проп}}}{Q_{\text{пад}}},$$

где $Q_{\text{погл}}/Q_{\text{пад}} = A$ – коэффициент поглощения; $Q_{\text{отр}}/Q_{\text{пад}} = R$ – коэффициент отражения; $Q_{\text{проп}}/Q_{\text{пад}} = D$ – коэффициент проницаемости.

Тогда

$$A + R + D = 1;$$

- при $A = 1, R = 0, D = 0$ тело называется *абсолютно чёрным*;
- при $R = 1, A = 0, D = 0$ – *абсолютно белым*;
- при $D = 1, A = 0, R = 0$ – *диатермичным (прозрачным)*.

В природе таких тел не существует.

Для подавляющего большинства твёрдых тел справедливо равенство

$$A + R = 1.$$

Закон Стефана – Больцмана устанавливает связь поверхностной плотности потока интегрального излучения абсолютно чёрного тела с его температурой

$$q_0 = c_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4, \quad \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}, \quad (1.100)$$

где $c_0 = 5,67 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ – коэффициент излучения абсолютно чёрного тела. Индекс «0» указывает на то, что рассматривается излучение абсолютно чёрного тела.

Поток излучения

$$Q_0 = c_0 F \left(\frac{T}{100} \right)^4, \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}. \quad (1.101)$$

Степень черноты. Большинство реальных тел можно считать *серыми*. *Степень черноты* серых тел (ε) – это отношение собственного излучения серого тела к излучению абсолютно чёрного тела при температуре серого тела:

$$\varepsilon = \frac{Q_{\text{соб}}}{Q_0}. \quad (1.102)$$

Степень черноты $0 \leq \varepsilon \leq 1$ и зависит от температуры тела и его физических свойств. Значения ε для различных материалов приводятся в справочниках.

У металлов с увеличением температуры ε растет. При шероховатой поверхности, загрязнении ее или окислении ε может увеличиваться в несколько раз. Так, для полированного алюминия $\varepsilon = 0,04 \div 0,06$, при окислении поверхности она становится равной $0,2 \div 0,03$. Степень черноты теплоизоляционных материалов отличается сильной шероховатостью и находится в пределах $0,7 \div 0,95$.

Согласно выражению (1.102) собственное излучение серых тел рассчитывается по формуле

$$Q_{\text{соб}} = \varepsilon c_0 F \left(\frac{T}{100} \right)^4 F. \quad (1.103)$$

Закон Кирхгофа. Рассмотрим две параллельные поверхности с одинаковой температурой (T), одна из которых *абсолютно чёрная* ($A = 1$), другая *серая* ($A < 1$). Расстояние между поверхностями мало, так что все излучение одной поверхности попадает на другую.

Излучение абсолютно чёрной поверхности (Q_0) частично поглощается серой

$$Q_{\text{погл}} = A Q_0.$$

Так как температуры поверхностей одинаковы, то результирующее излучение серой поверхности

$$Q_{\text{рез}} = Q_{\text{погл}} - Q_{\text{соб}} = 0,$$

откуда

$$\begin{aligned} Q_{\text{погл}} &= Q_{\text{соб}}; \\ A Q_0 &= Q_{\text{соб}}; \end{aligned} \quad (1.104)$$

$$\frac{Q_{\text{соб}}}{A} = Q_0 = c_0 F \left(\frac{T}{100} \right)^4; \quad (1.105)$$

$$\frac{q_{\text{соб}}}{A} = q_0 = c_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4 = f(T). \quad (1.106)$$

Согласно закону Кирхгофа (1.106) отношение *излучательной* способности тела к *поглощательной* зависит только от температуры тела и не зависит от его свойств. Излучательная и поглощательная способности тела прямо пропорциональны друг другу. Если тело не излучает, то оно и не поглощает (абсолютно белое тело).

На основании уравнения (1.105) имеем

$$Q_{\text{соб}}/Q_0 = A,$$

с учетом выражения (1.102) получим

$$A = \varepsilon. \quad (1.107)$$

Таким образом, из закона Кирхгофа следует, что коэффициент поглощения серых тел численно равен их степени черноты.

Связь лучистых потоков

Перечислим виды лучистых потоков: падающий ($Q_{\text{пад}}$), отраженный ($Q_{\text{отр}}$), поглощенный ($Q_{\text{погл}}$), пропущенный ($Q_{\text{проп}}$), собственный ($Q_{\text{соб}}$), результирующий ($Q_{\text{рез}}$).

Сумма собственного и отраженного излучения *называется эффективным* излучением тела:

$$Q_{\text{эф}} = Q_{\text{соб}} + Q_{\text{отр}}. \quad (1.108)$$

Ранее было введено понятие результирующего излучения:

$$Q_{\text{рез}} = Q_{\text{погл}} - Q_{\text{соб}}. \quad (1.109)$$

Получим связи лучистых потоков на примере: пусть на тело с известными температурой (T), степенью черноты (ε) и площадью поверхности (F) падает поток излучения $Q_{\text{пад}}$. Часть этого излучения поглощается ($Q_{\text{погл}}$), часть отражается ($Q_{\text{отр}}$). Сумма собственного ($Q_{\text{соб}}$) и отраженного ($Q_{\text{отр}}$) излучений дает вектор эффективного потока ($Q_{\text{эф}}$). Результирующее излучение, согласно (1.109), характеризуется разностью поглощенного и собственного излучений или падающего ($Q_{\text{пад}}$) и эффективного ($Q_{\text{эф}}$), согласно сравнению векторов потоков:

$$Q_{\text{рез}} = Q_{\text{пад}} - Q_{\text{эф}}. \quad (1.110)$$

Если поглощенное излучение тела $Q_{\text{погл}} = A Q_{\text{пад}}$ подставить в уравнение (1.109), разрешить формулу относительно $Q_{\text{пад}}$ и подставить в (1.110), то получим

$$Q_{\text{рез}} = \frac{Q_{\text{рез}} + Q_{\text{соб}}}{A} - Q_{\text{эф}},$$

откуда

$$Q_{\text{эф}} = Q_{\text{рез}} \left(\frac{1}{A} - 1 \right) + \frac{Q_{\text{соб}}}{A},$$

А с учетом (1.105) и (1.107), связь между эффективным и результирующим потоками запишется в виде

$$Q_{\text{эф}} = Q_{\text{рез}} \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right) + c_0 F \left(\frac{T}{100} \right)^4, \text{ Вт}, \quad (1.111)$$

или

$$q_{\text{эф}} = Q_{\text{рез}} \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right) + c_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4, \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}. \quad (1.112)$$

Уравнения (1.111), (1.112) широко используются при расчетах лучистого теплообмена между телами.

Теплообмен излучением между двумя телами, произвольно расположенными в пространстве

Пусть имеем два тела, для которых даны площади излучающих поверхностей (F_1 , F_2), температуры (T_1 , T_2 , причем $T_1 > T_2$), степени черноты (ε_1 , ε_2).

Излучение, посылаемое первым телом по всем направлениям полусферического пространства, – эффективное излучение $Q_{\text{эф}1}$. Часть этого излучения ($Q_{F_1 \rightarrow F_2}$) попадает на второе тело.

Отношение

$$\frac{Q_{F_1 \rightarrow F_2}}{Q_{\text{эф}1}} = \varphi_{1-2} \quad (1.113)$$

называется *коэффициентом облученности* второго тела первым, или *угловым коэффициентом*. Угловой коэффициент ($0 \leq \varphi \leq 1$) не зависит от свойств и температуры тел, а определяется только геометрическими параметрами: формой, размерами тел, расстоянием между телами и взаимной ориентацией их.

Аналогично для второго тела

$$\frac{Q_{F_2 \rightarrow F_1}}{Q_{\Phi_2}} = \Phi_{2-1}. \quad (1.114)$$

Существуют аналитические, графические и экспериментальные методы определения угловых коэффициентов в различных системах тел. Для наиболее распространенных систем излучающих тел в справочниках приводятся формулы для расчета угловых коэффициентов.

На основании уравнений (1.113) и (1.114) имеем

$$Q_{F_1 \rightarrow F_2} = Q_{\Phi_1} \Phi_{1-2};$$

$$Q_{F_2 \rightarrow F_1} = Q_{\Phi_2} \Phi_{2-1}.$$

Разность $Q_{F_1 \rightarrow F_2} - Q_{F_2 \rightarrow F_1} = Q$ и есть лучистый поток, передаваемый от первого тела ко второму:

$$Q = Q_{\Phi_1} \Phi_{1-2} - Q_{\Phi_2} \Phi_{2-1}, \quad (1.115)$$

где

$$Q_{\Phi_1} = Q_{\text{рез}_1} \left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 1 \right) + c_0 F_1 \left(\frac{T_1}{100} \right)^4; \quad (1.116)$$

$$Q_{\Phi_2} = Q_{\text{рез}_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) + c_0 F_2 \left(\frac{T_2}{100} \right)^4; \quad (1.117)$$

$$Q_{\text{рез}_1} = -Q; \quad (1.118)$$

$$Q_{\text{рез}_2} = Q. \quad (1.119)$$

Решение системы уравнений (1.115) – (1.119) дает следующие формулы для расчета теплообмена излучением между двумя телами, произвольно расположенными друг относительно друга в пространстве

$$Q = c_0 \varepsilon_{\text{пр}} \left[F_1 \kappa_{1-2} \left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - F_2 \varphi_{2-1} \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]; \quad (1.120)$$

$$\varepsilon_{\text{пр}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 1 \right) \varphi_{1-2} + \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) \varphi_{2-1}} \quad (1.121)$$

– приведенная степень черноты.

Теплообмен излучением между двумя бесконечными параллельными пластинами

Для двух параллельных неограниченных пластин площадью F , температурами T_1 и T_2 и степенями черноты (ε_1 и ε_2) справедливы равенства

$$\varphi_{1-2} = \varphi_{2-1} = 1; \quad F_1 = F_2 = F.$$

Подстановка их в уравнения (1.120) и (1.121) дает формулы для расчета теплообмена излучением в виде

$$Q = c_0 \varepsilon_{\text{пр}} F \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \text{ Вт}; \quad (1.122)$$

$$\varepsilon_{\text{пр}} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}. \quad (1.123)$$

Проанализируем полученные формулы:

1. Если обе пластины абсолютно чёрные ($\varepsilon_1 \rightarrow 1$), то $\varepsilon_{\text{пр}} = \varepsilon_2$, следовательно, поток теплоты, передаваемой излучением, максимальный.
2. Если одна пластина абсолютно чёрная ($\varepsilon_1 \rightarrow 1$), то $\varepsilon_{\text{пр}} = \varepsilon_2$, следовательно, поток излучения определяется степенью черноты серой поверхности.
3. Если одна из пластин абсолютно белая ($\varepsilon_1 \rightarrow 0$), то $\varepsilon_{\text{пр}} = 0$, т.е. чтобы уменьшить поток излучения, достаточно уменьшить степень черноты одной поверхности.

Эффективным способом уменьшения теплообмена излучением между поверхностями является постановка между ними экранов (тонких пластин типа фольги с высокой отражательной способностью).

При наличии между пластинами n экранов со степенями черноты $\varepsilon_{\varepsilon_1}, \varepsilon_{\varepsilon_2}, \dots, \varepsilon_{\varepsilon_n}$ передаваемый от одной пластины к другой поток излучения рассчитывается по формуле (1.122), а приведенная степень черноты по формуле (1.124)

$$\varepsilon_{\text{пр}} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_{\text{пр}1-2}} + \left(\sum_{i=1}^n \frac{2}{\varepsilon_{\varepsilon_i}} - 1 \right)}, \quad (1.124)$$

$\varepsilon_{\text{пр}1-2}$ рассчитывается по выражению (1.123).

Теплообмен излучением между двумя телами, одно из которых расположено внутри другого

Рассмотрим теплообмен излучением между двумя телами, одно из которых расположено внутри другого при следующих параметрах $T_1, \varepsilon_1, F_1, T_2, \varepsilon_2, F_2, T_1 > T_2$.

Определим поток излучения Q , Вт.

Внутреннее тело 1 все свое излучение посылает на тело 2. Тело 2 часть своего излучения посылает на тело 1, а остальное – на себя. Угловые коэффициенты $\varphi_{1-2} = 1$ и $\varphi_{2-1} = F_1/F_2$.

Подставив значения φ_{1-2} и φ_{2-1} в выражения (1.120) и (1.121), получим расчетные формулы для потока излучения Q в виде

$$Q = c_0 \varepsilon_{\text{пр}} F_1 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \text{ Вт}; \quad (1.125)$$

$$\varepsilon_{\text{пр}} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{F_1}{F_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)}. \quad (1.126)$$

Проанализируем полученные формулы:

1. Если расстояние между телами мало ($F_1/F_2 \rightarrow 1$), то

$$\varepsilon_{\text{пр}} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1},$$

т. е. в этом случае можно пренебречь кривизной поверхности тел и рассчитывать лучистый поток по формулам для двух параллельных пластин.

2. Если поверхность внутреннего тела мала по сравнению с поверхностью оболочки ($F_1/F_2 \rightarrow 0$), то $\varepsilon_{\text{пр}} = \varepsilon_1$, а поток излучения определяется степенью черноты внутреннего тела:

$$Q = c_0 \varepsilon_1 F_1 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]. \quad (1.127)$$

3. Если оболочка удалена от излучающего тела и имеет температуру, равную температуре окружающей среды ($T_2 = T_{\text{ж}}$), то выражение (1.127) можно записать в вид

$$Q = c_0 \varepsilon F \left[\left(\frac{T}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{\text{ж}}}{100} \right)^4 \right], \text{ Вт.} \quad (1.128)$$

По формуле (1.128) рассчитывают лучистый поток, передаваемый от любых нагретых тел в окружающую диатермичную среду.

Для уменьшения теплообмена излучением между телами ставят экраны.

При наличии между телами, одно из которых расположено внутри другого, n экранов лучистый поток рассчитывают по формуле (1.125), а приведенную степень черноты – по формуле

$$\varepsilon_{\text{пр}} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_{\text{пр}1-2}} + \sum_{i=1}^n \frac{F_1}{F_{\text{э}i}} \left(\frac{1}{\varepsilon_{\text{э}i}} - 1 \right)}, \quad (1.129)$$

$\varepsilon_{\text{пр}1-2}$ рассчитывается по (1.126). Согласно формуле (1.129), приведенная степень черноты, а следовательно, и поток излучения Q зависят от F_1 и $F_{\text{э}i}$, т. е. от расстояния между телом и экранами.

Особенности излучения газов

Одно- и двухатомные газы прозрачны для теплового излучения. Излучающей и поглощающей способностью *обладают трех- и многоатомные газы.*

В практике теплотехнических расчетов наиболее распространенными трехатомными газами являются углекислый газ (CO_2) и водяные пары (H_2O).

Газы излучают и поглощают энергию каждой молекулой, число которых прямо пропорционально давлению газа и толщине газового слоя (в отличие от твёрдых тел, где излучает и поглощает только поверхностный слой молекул). Таким образом, излучение и поглощение газов зависит от *температуры (T), давления (p) и толщины газового слоя, характеризующегося длиной пути луча (l).*

Газы излучают и поглощают энергию только в определенных интервалах длин волн ($\Delta\lambda$), называемых полосами излучения. Для лучей других длин волн – вне этих полос – газы прозрачны.

В табл. 1.1 приведены полосы излучения для CO_2 и H_2O .

Таблица 1.1

CO ₂		H ₂ O	
Δλ, мкм	Ширина интервала	Δλ, мкм	Ширина интервала
2,4–3,0	0,6	1,7–2,0	0,3
4,0–4,8	0,8	2,2–3,0	0,8
12,5–16,5	4,0	4,8–8,5	3,7
–	–	12–13	18

Из табл. 1.1 видно, что полос для H₂O больше и они шире. С ростом температуры излучение газов смещается в коротковолновую область, где ширина полос меньше. Следовательно, *интенсивность излучения газов с ростом температуры уменьшается*.

Степень черноты газа (ε_r) – это отношение собственного излучения газов к излучению абсолютно чёрного тела при температуре газа

$$\varepsilon_r = \frac{q_r}{q_0} = f(p, T_r, l). \quad (1.130)$$

Степени черноты для CO₂ и H₂O определяются по номограммам:

$$\varepsilon_{\text{CO}_2} = \frac{q_{\text{CO}_2}}{q_0} = f(T_r, p_{\text{CO}_2} \cdot l); \quad (1.131)$$

$$\varepsilon_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{q_{\text{H}_2\text{O}}}{q_0} = f(T_r, p_{\text{H}_2\text{O}} \cdot l), \quad (1.132)$$

где p_{CO_2} , $p_{\text{H}_2\text{O}}$ – парциальные давления.

Степень черноты газовой смеси CO₂ и H₂O находится по формуле

$$\varepsilon_r = \varepsilon_{\text{CO}_2} + \beta \varepsilon_{\text{H}_2\text{O}}, \quad (1.133)$$

где $\beta = f(p_{\text{H}_2\text{O}}, p_{\text{H}_2\text{O}} \cdot l)$ – поправочный коэффициент, определяемый из номограммы.

Длина пути луча для *газовых объёмов* рассчитывается по уравнению

$$l = 0,9 \frac{4V}{F}, \quad (1.134)$$

где V – объём газа, м^3 ; F – площадь поверхности, омываемой газом, м^2 .

Для *пучков труб*, омываемых излучающими газами, длина пути луча рассчитывается по формуле

$$l = 1,08 d_2 \left(\frac{s_1 \cdot s_2}{d_2} - 0,785 \right), \quad (1.135)$$

где d_2 – наружной диаметр трубы; s_1, s_2 – поперечный и продольный шаги труб.

Для определения $\varepsilon_{\text{CO}_2}$, $\varepsilon_{\text{H}_2\text{O}}$, β используются номограммы.

Уравнения для расчета **собственного излучения** газов и их смеси, согласно уравнениям (1.136) – (1.138), запишутся в виде

$$q_{\text{CO}_2} = \varepsilon_{\text{CO}_2} c_0 \left(\frac{T_r}{100} \right)^4; \quad (1.136)$$

$$q_{\text{H}_2\text{O}} = \varepsilon_{\text{H}_2\text{O}} c_0 \left(\frac{T_r}{100} \right)^4; \quad (1.137)$$

$$q_r = \varepsilon_r c_0 \left(\frac{T_r}{100} \right)^4. \quad (1.138)$$

Теплообмен излучением между газом и поверхностью (стенкой) или газом и пучком труб рассчитывается по формуле

$$Q = \frac{1}{2} (\varepsilon_c + 1) c_0 F_c \left[\varepsilon_r \left(\frac{T_r}{100} \right)^4 - A_r \left(\frac{T_r}{100} \right)^4 \right], \text{ Вт}, \quad (1.139)$$

где ε_c , F_c – степень черноты и площадь поверхности, омываемой газами; A_T – поглощательная способность газа при температуре поверхности T_c , которая рассчитывается по формуле

$$A_T = \varepsilon'_{\text{CO}_2} \left(\frac{T_T}{T_c} \right)^{0,65} + \beta \varepsilon'_{\text{H}_2\text{O}}, \quad (1.140)$$

где $\varepsilon'_{\text{CO}_2} = f(T_c, p_{\text{CO}_2} \cdot l)$, $\varepsilon'_{\text{H}_2\text{O}} = f(T_c, p_{\text{H}_2\text{O}} \cdot l)$ и определяются по тем же номограммам, что и $\varepsilon_{\text{CO}_2} = f(T_T, p_{\text{CO}_2} \cdot l)$, $\varepsilon_{\text{H}_2\text{O}} = f(T_T, p_{\text{H}_2\text{O}} \cdot l)$.

1.11. Теплопередача со сложным теплообменом

Сложный теплообмен – это одновременная передача теплоты двумя или тремя способами (конвекцией, теплопроводностью, излучением).

Теплопередача через плоскую стенку со сложным теплообменом

Пусть теплота передается от горячей воды с температурой $t_{ж1}$ через плоскую стенку толщиной δ к окружающему спокойному воздуху с температурой $t_{ж2}$. Заданы коэффициент теплопроводности стенки λ , коэффициенты конвективной теплоотдачи α_1 , α_2 и степень черноты поверхности стенки ε_c .

Определить плотность передаваемого теплового потока (q , Вт/м²) и температуры t_1 и t_2 на поверхностях стенки.

От воды к поверхности теплота передается путем конвективного теплообмена ($q_{к1}$), через стенку – теплопроводностью (q_T), от стенки к воздуху – конвекцией ($q_{к2}$) и излучением (q_L).

Таким образом,

$$q = q_{к1} = q_T = q_{к2} + q_L; \quad (1.141)$$

$$q_{к1} = \alpha_1 (t_{ж1} - t_1);$$

$$q_T = \frac{\lambda}{\delta}(t_1 - t_2);$$

$$q_{K_2} = \alpha_2(t_2 - t_{ж_2}); \quad (1.142)$$

$$q_L = \varepsilon_c c_0 \left[\left(\frac{T_2}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{ж_2}}{100} \right)^4 \right]. \quad (1.143)$$

При расчетах теплопередачи со сложным теплообменом на поверхностях суммарную теплоотдачу заменяют *эквивалентным тепловым потоком*, например конвективным:

$$q_{K_2} + q_L = q_{\text{ЭКВ}} = \alpha_{\text{ЭКВ}}(t_2 - t_{ж_2}). \quad (1.144)$$

При подстановке выражения (1.142) в (1.144) получим формулу для расчета эквивалентного коэффициента теплоотдачи

$$\alpha_{\text{ЭКВ}} = \alpha_2 + \left(\frac{q_L}{t_2 - t_{ж_2}} \right) = \alpha_2 + \alpha_L. \quad (1.145)$$

Слагаемое $\frac{q_L}{t_2 - t_{ж_2}} = \alpha_L$ учитывает передачу теплоты излучением и называется *лучистым коэффициентом* теплоотдачи. В наиболее общем виде формулу для расчета эквивалентного коэффициента теплоотдачи можно записать так:

$$\alpha_{\text{ЭКВ}} = \alpha + \frac{q_L}{|t_c - t_{ж}|}, \quad (1.146)$$

где $|t_c - t_{ж}|$ – абсолютная величина разности температур поверхности и среды.

Таким образом, систему пяти уравнений (1.141)-(1.143) заменяем системой трех уравнений:

$$q = \alpha_1(t_{ж1} - t_1); \quad (1.147)$$

$$q = \frac{\lambda}{\delta}(t_1 - t_2); \quad (1.148)$$

$$q = \alpha_{эКВ}(t_2 - t_{ж2}), \quad (1.149)$$

совместное решение которых дает расчетную формулу для плотности теплового потока

$$q = \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_{эКВ}}}. \quad (1.150)$$

Формула (1.150) включает эквивалентный коэффициент теплоотдачи $\alpha_{эКВ}$, который требует знания температуры поверхности со сложным теплообменом t_2 . Так как эта температура неизвестна, то ее задают; по (1.145) с учетом (1.143) рассчитывают $\alpha_{эКВ}$, затем по (1.150) рассчитывают q . Правильность задания температуры t_2 проверяют уравнением (1.149). Если температура поверхности t_2 , рассчитанная по (1.149), совпадает с заданной, – расчет закончен. В противном случае расчет повторяют с температурой t_2 , вычисленной по (1.149) до тех пор, пока проверка не подтвердит заданную температуру. Такой метод расчета называется *методом последовательных приближений*, и его не избежать при расчетах теплопередачи со сложным теплообменом на поверхностях.

После того как найдены q и t_2 , рассчитывают температуру t_1 по уравнениям (1.147) или (1.148).

Теплопередача через цилиндрическую стенку со сложным теплообменом

Рассмотрим передачу теплоты через стенку трубы водяного экономайзера парового котла от дымовых газов со средней температурой $t_{ж1}$, омывающих наружную поверх-

ность трубы, к нагреваемой воде со средней температурой $t_{ж2}$, движущейся по трубе. Заданы геометрические размеры трубы (d_1 , d_2 , l), коэффициент теплопроводности материала трубы λ , конвективные коэффициенты теплоотдачи (α_1 , α_2) и степень черноты наружной поверхности трубы ε_c .

Определить передаваемый через стенку трубы тепловой поток Q и температуры на поверхностях трубы t_1 и t_2 .

Теплота от дымовых газов, содержащих в своем составе излучающие газы CO_2 и H_2O , к наружной поверхности трубы передается конвекцией $Q_{к1}$ и излучением $Q_{л}$, через стенку трубы – теплопроводностью Q_t , от внутренней поверхности трубы к воде – путем конвективного теплообмена ($Q_{к2}$). Таким образом, передаваемый тепловой поток

$$Q = Q_{к1} + Q_{л} = Q_t = Q_{к2}; \quad (1.151)$$

$$Q_{к1} = \alpha_1 F_H \cdot (t_{ж1} - t_1); \quad (1.152)$$

$$Q_{л} = \frac{1}{2} \cdot (\varepsilon_c + 1) \cdot c_0 F_H \cdot \left[\varepsilon_{г} \cdot \left(\frac{T_{ж1}}{100} \right)^4 - A_{г} \cdot \left(\frac{T_1}{100} \right)^4 \right]; \quad (1.153)$$

$$Q_t = \frac{2\pi l \lambda \cdot (t_1 - t_2)}{\ln \frac{d_2}{d_1}}; \quad (1.154)$$

$$Q_{к2} = \alpha_2 F_B (t_2 - t_{ж2}), \quad (1.155)$$

где $F_H = \pi d_2 l$, $F_B = \pi d_1 l$ – площади наружной и внутренней поверхностей трубы; $\varepsilon_{г}$, $A_{г}$ – степень черноты и коэффициент поглощения газов.

Заменяя суммарную теплоотдачу от дымовых газов к поверхности трубы *эквивалентным конвективным* тепловым потоком

$$Q_{K_1} + Q_{\text{Л}} = Q_{\text{ЭКВ}} = \alpha_{\text{ЭКВ}} \cdot F_{\text{Н}} \cdot (t_{\text{ж}_1} - t_1), \quad (1.156)$$

получим формулу для расчета эквивалентного коэффициента теплоотдачи

$$\alpha_{\text{ЭКВ}} = \alpha_1 + \frac{q_{\text{Л}}}{t_{\text{ж}_1} - t_1}, \quad (1.157)$$

где $q_{\text{Л}} = \frac{Q_{\text{Л}}}{F_{\text{Н}}}$, Вт/м²; t_1 и t_2 – плотность потока излучения.

Таким образом, приходим к системе трех уравнений

$$Q = \alpha_{\text{ЭКВ}} \cdot F_{\text{Н}} \cdot (t_{\text{ж}_1} - t_1); \quad (1.158)$$

$$Q = \frac{2\pi l \lambda \cdot (t_1 - t_2)}{\ln \frac{d_2}{d_1}}; \quad (1.159)$$

$$Q = \alpha_2 F_{\text{В}} (t_2 - t_{\text{ж}_2}), \quad (1.160)$$

совместное решение которых дает расчетную формулу для теплового потока

$$Q = \frac{t_{\text{ж}_1} - t_{\text{ж}_2}}{\frac{1}{\alpha_{\text{ЭКВ}} F_{\text{Н}}} + \frac{1}{2\pi l \lambda} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 F_{\text{В}}}}. \quad (1.161)$$

А далее расчет производят по той же схеме: задают температуру на поверхности со сложным теплообменом t_1 , рассчитывают $\alpha_{\text{ЭКВ}}$, тепловой поток по формуле (1.161), сравнивают заданную температуру t_1 с найденной температурой t_1 из уравнения (1.158). Повторяют расчет до их совпадения. Затем рассчитывают температуру t_2 по уравнениям (1.159) или (1.160).

Интенсификация теплопередачи

Назначение тепловой изоляции – уменьшить передаваемую теплоту. Наряду с этим в технике приходится решать обратную задачу – увеличить теплопередачу. Примерами таких технических устройств являются теплообменники, токоведущие части электрических аппаратов и т. д.

Рассмотрим передачу теплоты от горячей воды с температурой $t_{ж1}$ к воздуху с температурой $t_{ж2}$ через плоскую стенку толщиной δ с площадью поверхности F .

Передаваемый через стенку тепловой поток,

$$Q = k \cdot (t_{ж1} - t_{ж2}) F \quad (1.162)$$

прямо пропорционален коэффициенту теплопередачи

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}$$

и обратно пропорционален сумме термических сопротивлений:

$$\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}.$$

Уменьшить термические сопротивления можно за счет увеличения коэффициентов теплоотдачи α_1 и α_2 , уменьшения толщины стенки δ и увеличения коэффициента теплопроводности стенки.

Если формулу (1.162) записать в виде

$$Q = \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1 F} + \frac{\delta}{\lambda F} + \frac{1}{\alpha_2 F}}, \quad (1.163)$$

то появится способ уменьшения термических сопротивлений – увеличение площади поверхности теплообмена F за счет оребрения стенки.

Именно этот способ чаще всего применяется для интенсификации теплопередачи.

Учитывая, что термическое сопротивление стенки мало $\left(\frac{\delta}{\lambda F} \rightarrow 0\right)$, увеличивать площадь поверхности теплообмена следует со стороны меньшего коэффициента теплоотдачи. При $\alpha_1 \gg \alpha_2$ (теплоотдача от воды к стенке на 2 порядка больше, чем от стенки к воздуху) термическое сопротивление $\frac{1}{\alpha_1 F} \rightarrow 0$, тогда теплопередачу Q определяет термическое сопротивление $\frac{1}{\alpha_2 F}$. Если оребрить поверхность стенки со стороны воздуха, то термическое сопротивление уменьшится:

$$\frac{1}{\alpha_2 F_{\text{pc}}} < \frac{1}{\alpha_2 F},$$

а теплопередача

$$Q = \frac{t_{\text{ж1}} - t_{\text{ж2}}}{\frac{1}{\alpha_1 F} + \frac{\delta}{\lambda F} + \frac{1}{\alpha_2 F_{\text{pc}}}}, \quad (1.164)$$

увеличится.

Отношение $\frac{F_{\text{pc}}}{F}$ называют *коэффициентом оребрения*. Увеличивать F_{pc} можно до тех пор, пока термическое сопротивление $\frac{1}{\alpha_2 F_{\text{pc}}}$ не сравняется с любым из двух других $\left(\frac{1}{\alpha_1 F} \text{ или } \frac{\delta}{\lambda F}\right)$. Дальнейшее увеличение F_{pc} малоэффективно.

Формула (1.164) для расчета теплопередачи через оребренную стенку является приближенной, т.к. не учитывает форму, размеры, ориентацию ребер.

Расчетные уравнения для оребренных стенок можно получить, если рассмотреть задачу о теплопроводности стержня (ребра) постоянного поперечного сечения, нагреваемого с одного конца.

Тонкий стержень с высокой теплопроводностью λ , длиной l , поперечным сечением f (p – периметр сечения f), с температурой в начальном сечении t_1 находится в среде с постоянной температурой $t_{ж}$. Коэффициент теплоотдачи от поверхности стержня к окружающей среде – α .

Ввиду высокого коэффициента теплопроводности стержня и малых размеров сечения f по сравнению с длиной стержня l можно пренебречь изменением температуры по сечению и учитывать изменение температуры только по длине стержня.

Математическая формулировка задачи включает в себя дифференциальное уравнение температурного поля стержня (1.165) и граничные условия в начальном сечении (1.166) и на торце стержня (1.167)

$$\frac{d^2 \vartheta}{dx^2} - m^2 \vartheta = 0 \quad (1.167)$$

при $x = 0$

$$\vartheta = \vartheta_1; \quad (1.168)$$

$$\left(\frac{d\vartheta}{dx} \right)_{x=l} = 0. \quad (1.169)$$

Здесь $\vartheta = t - t_{ж}$ – текущий перегрев стержня; $\vartheta_1 = t_1 - t_{ж}$ – перегрев начального сечения стержня; $m = \sqrt{\frac{\alpha \cdot p}{\lambda \cdot f}}$, 1/м; f , м² – площадь поперечного сечения стержня; P – периметр этого сечения, м.

Решением системы уравнений (1.167) – (1.169) является уравнение температурного поля стержня

$$\vartheta = \vartheta_1 \frac{\operatorname{ch}[m(l-x)]}{\operatorname{ch}(ml)}, \quad (1.170)$$

по которому можно вычислить температуры на любой координате x по длине стержня. Закон распределения температуры по длине стержня $\vartheta = f(x)$ – степенной, т.к. гиперболические функции

$$\operatorname{ch} x = \frac{\exp^x + \exp^{-x}}{2}; \quad (1.171)$$

$$\operatorname{sh} x = \frac{\exp^x - \exp^{-x}}{2}; \quad (1.172)$$

$$\operatorname{th} x = \frac{\exp^x - \exp^{-x}}{\exp^x + \exp^{-x}} \quad (1.173)$$

описываются степенными зависимостями.

На основании выражения (1.170), при $x = l$, можно получить формулу для расчета перегрева на торце стержня ($\vartheta_T = t_T - t_{\text{ж}}$)

$$\vartheta_T = \frac{\vartheta_1}{\operatorname{ch}(ml)}. \quad (1.174)$$

Количество теплоты, отдаваемое поверхностью стержня в окружающую среду, равно количеству теплоты, подводимому к основанию стержня

$$Q = -\lambda \cdot \left(\frac{d\vartheta}{dx} \right)_{x=0} l. \quad (1.175)$$

Совместное решение выражений (1.170) и (1.175) дает расчетную формулу для теплового потока, рассеиваемого стержнем

$$Q = \lambda \vartheta_1 m f \cdot \operatorname{th}(ml), \text{ Вт.} \quad (1.176)$$

Формулы (1.170), (1.174), (1.176) применяются для расчета температуры и тепла, рассеиваемого ребрами.

РАЗДЕЛ 2. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПОГРЕШНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

2.1. Задача измерений

Измерением называется операция сравнения величины исследуемого объекта с величиной единичного объекта (эталоны).

На практике вместо эталонов пользуются *измерительными приборами*, тем или иным способом сверенными с эталоном.

Никакое измерение не может быть выполнено абсолютно точно, поэтому, в задачу измерений входит также и оценка допущенной при измерении погрешности.

Измерения делятся на *прямые и косвенные*. В *прямых измерениях* искомая величина непосредственно определяется по показаниям прибора. В *косвенных измерениях* искомое значение измеряемой величины получают расчетным путем по результатам нескольких прямых измерений. Интервал возможных значений измеренной величины $x_{\text{изм}}$, внутри которого расположено ее истинное значение $x_{\text{ист}}$ определяется так:

$$(x_{\text{изм}} - \Delta x) < x_{\text{ист}} < (x_{\text{изм}} + \Delta x). \quad (2.1)$$

Величина Δx называется *абсолютной погрешностью* измерений.

Погрешности измерений делятся на систематические, случайные и грубые (промахи).

Систематические погрешности вызываются факторами, действующими одинаковым образом при многократном повторении одних и тех же измерений, что зачастую позволяет их минимизировать.

Случайные погрешности – это погрешности, которые отличаются друг от друга в отдельных измерениях и эти различия имеют случайную, неизвестную нам величину.

Для снижения случайной Δx проводится серия из n дублирующих измерений и определяется *среднее арифметическое* результатов серии измерений

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (2.2)$$

Грубые погрешности определяются субъективным фактором и исключаются повышением дисциплины при проведении экспериментов.

При математической обработке результатов измерений систематические погрешности учитывают (по возможности) в виде поправок, грубые погрешности исключают, а случайные погрешности, анализируются теорией вероятностей.

Относительная погрешность δx определяется соотношением

$$\delta x = \left(\frac{\Delta x}{x_{\text{изм}}} \right) 100\%. \quad (2.3)$$

2.2. Математическая обработка результатов измерений.

Погрешности отдельных измерений

Считается, что появление любого значения измеряемой величины x_i и, следовательно, абсолютной погрешности $\Delta x_i = \bar{x} - x_i$, является случайным событием, вероятность которого подчиняется *нормальному закону распределения Гаусса*

$$y(\Delta x_i) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\Delta x_i^2}{2\sigma^2}\right), \quad (2.4)$$

где $y(\Delta x_i)$ – плотность распределения вероятностей; σ^2 – постоянная величина, называемая *дисперсией распределения*.

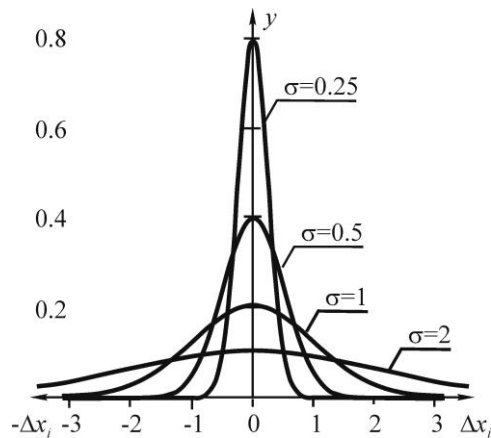


Рис. 2.1. Закон распределения Гаусса

Графики зависимости (2.4) приведены на рис. 2.1. В теории погрешностей вводится понятие «*доверительный интервал*»

$$(\bar{x} - \Delta x_i, \bar{x} + \Delta x_i), \quad (2.5)$$

в который по определению попадает истинное значение измеряемой величины $x_{\text{ист}}$ с заданной *доверительной вероятностью* (*надежностью*) α .

Для оценки значения случайной абсолютной погрешности Δx_i наиболее часто используется *средняя квадратическая (стандартная) погрешность* nS , которую иногда называют *стандартом измерений*:

$$\Delta x_i = {}^nS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n-1}}. \quad (2.6)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} {}^nS = \sigma, \quad (2.7)$$

где σ^2 – *генеральная дисперсия*, а $({}^nS)^2$ – *выборочная дисперсия*.

Величина вероятности попадания значения x_i в доверительный интервал Δx_i (доверительная вероятность α) однозначно связана со значением Δx_i , выраженного в долях σ , через интеграл вероятности:

$$\alpha\left(\frac{\Delta x_i}{\sigma}\right) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\Delta x_i/\sigma} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt,$$

где $t = \Delta x/\sigma$.

Получаем

$$\begin{aligned}\alpha(1/1) &= 0,6827; \\ \alpha(1/2) &= 0,9545; \\ \alpha(1/3) &= 0,9973.\end{aligned}\tag{2.8}$$

2.3. Погрешности серии измерений

В соответствии с центральной предельной теоремой Ляпунова, распределение случайной величины $\Delta \bar{x}$ – *абсолютной погрешности серии измерений* (погрешности среднего арифметического значения $\bar{x}$) – описывается законом (3.4) с иным значением дисперсии $\sigma_{\bar{x}}^2$:

$$y(\Delta \bar{x}) = \frac{1}{\sigma_{\bar{x}} \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\Delta \bar{x}^2}{2\sigma_{\bar{x}}^2}\right),\tag{2.9}$$

где

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}.\tag{2.10}$$

При $n < \infty$ генеральная дисперсия $\sigma_{\bar{x}}^2$ заменяется на $nS_{\bar{x}}^2$:

$$nS_{\bar{x}}^2 = \frac{nS^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta x_i^2}{n(n-1)}. \quad (2.11)$$

При этом средняя квадратическая погрешность результата серии измерений равна

$$nS_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{nS^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta x_i^2}{n(n-1)}}. \quad (2.12)$$

Для $n < \infty$ доверительный интервал $(\bar{x} - \Delta x, \bar{x} + \Delta x)$ представляется в виде:

$$\Delta x = t(\alpha, n) \frac{nS}{\sqrt{n}} = t(\alpha, n) nS_{\bar{x}}, \quad (2.13)$$

где $t(\alpha, n)$ – коэффициент Стьюдента, зависящий от числа n и выбранной величины доверительной вероятности α .

При $n > 60 \div 100$ коэффициент Стьюдента близок к предельной величине $t(\alpha, \infty)$, практически зависящей только от выбранного значения α .

2.4. Выбор числа измерений

При выборе числа измерений необходимо учитывать *систематическую погрешность измерений* $\Delta x_{\text{пр}}$, определяемую классом точности используемого прибора или другими аналогичными обстоятельствами.

Уменьшать *случайную погрешность* за счет увеличения n целесообразно до тех пор, пока общая погрешность измерений Δx_{Σ} не будет полностью определяться ее систематической составляющей, т.е. до $\Delta x \ll \Delta x_{\text{пр}}$ (практически $\Delta x \leq \Delta x_{\text{пр}}/3$ или $\Delta x \leq \Delta x_{\text{пр}}/2$).

Тогда

$$\Delta x_{\Sigma} = \sqrt{t^2(\alpha, n) \cdot {}^nS_{\bar{x}}^2 + \left(\frac{t(\alpha, \infty)}{3}\right)^2 \Delta x_{\text{пр}}^2}. \quad (2.14)$$

Например, при измерении диаметра провода с помощью микрометра, имеющего погрешность $\Delta x_{\text{пр}} = 1$ мкм, при средней квадратической погрешности отдельного измерения ${}^nS = 2$ мкм количество измерений для надежности $\alpha = 0,95$ определяется следующим способом. Запишем согласно (2.13)

$$\Delta x = t(\alpha, \infty) \frac{{}^nS}{\sqrt{n}}, \quad (2.15)$$

тогда число измерений равно $n = \left[\frac{t(\alpha, \infty) {}^nS}{\Delta x} \right]^2$. Подставляя $t(0,95, \infty) = 2$, ${}^nS = 2$ мкм и

$\Delta x = 0,5$ мкм, получим $n = 64$. Таким образом, необходимо сделать более 60 измерений, чтобы случайная погрешность изменила общую погрешность результата измерений не более, чем в полтора раза ($\Delta x_{\text{пр}} = 1$ мкм, $\Delta x = 0,5$ мкм).

2.5. Погрешности косвенных измерений

При *косвенных измерениях* искомая величина z является функцией нескольких переменных $a, b, c, \dots$, значения которых определяются из серии прямых измерений:

$$z = f(a, b, c, \dots, A, B, C, \dots), \quad (2.16)$$

где $a, b, c, \dots$ – результаты прямых измерений; $A, B, C, \dots$ – числовые константы.

Для каждой серии прямых измерений величин $(a, b, c, \dots)$ определяются средние значения и доверительные интервалы по рассмотренным выше зависимостям:

$$a = \bar{a} \pm \Delta a, \quad b = \bar{b} \pm \Delta b, \quad c = \bar{c} \pm \Delta c \text{ и т. д.} \quad (2.17)$$

При этом для всех измеряемых величин $(a, b, c, \dots)$ задается одно и то же значение доверительной вероятности α .

При $\Delta a \ll \bar{a}$, $\Delta b \ll \bar{b}$, $\Delta c \ll \bar{c}$, ... можно показать, что абсолютная погрешность результата косвенных измерений равна

$$\Delta z = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial a}\right)^2 \Delta a^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial b}\right)^2 \Delta b^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial c}\right)^2 \Delta c^2 + \dots}, \quad (2.18)$$

где $\frac{\partial f}{\partial a}, \frac{\partial f}{\partial b}, \frac{\partial f}{\partial c}, \dots$ вычисляются при $a = \bar{a}, b = \bar{b}, c = \bar{c}, \dots$.

Относительная погрешность результата серии косвенных измерений определяется по формуле

$$\delta z = \frac{\Delta z}{\bar{z}} \cdot 100\%, \quad (2.19)$$

где $z = f(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \dots)$.

Окончательный результат записывается в виде

$$z = f(a, b, c, \dots, A, B, C, \dots) = \bar{z} \pm \Delta z. \quad (2.20)$$

2.6. Правила записи результатов

При записи всех результатов проведенной серии экспериментов подчиняются следующим обязательным правилам:

- результаты измерений и вычисленный по ним результат приводятся вместе с погрешностью, в одних и тех же единицах так, чтобы их последние цифры принадлежали к одному и тому же разряду

$$x = \bar{x} \pm \Delta x = (7,62 \pm 0,03) \text{ мм};$$

- для окончательного результата отдельно записывают и относительную погрешность, которую записывают отдельно

$$\delta x = \frac{\Delta x}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{0,03}{7,62} \cdot 100\% = 0,39\%;$$

- при записи результата нуль писать так же обязательно, как и любую другую цифру: $x = (25,70 \pm 0,02)$ кг;
- при округлении необходимо соблюдать следующие правила. Указывать Δx с точностью не большей, чем сама погрешность;

При $n = 5 \div 10$ величина Δx определяется с погрешностью более 30 %. поэтому при округлении значения Δx оставляется одна значащая цифра не равная 1. Если эта цифра равна 1, приводится вторая цифра, округлив ее до 0 или 5. При более строгих методах обработки иногда оставляют и вторую цифру. Округлять погрешности следует в сторону завышения. В сторону занижения округляются только числа, вторая цифра которых не превышает 1/3 интервала округления (вторая цифра меньше 4 – при округлении до одной значащей цифры; вторая цифра меньше 2 – при округлении до двух значащих цифр).

Верно	Неверно
$\Delta t = 0,5$ с	$\Delta t = 0,523$ с
$\Delta x = 0,15$ м	$\Delta x = 0,12$ м
$\Delta T = 1,0$ К	$\Delta T = 1,1$ К

- результаты приводятся к легко читаемому виду, используя множитель 10 со степенью или соответствующую приставку «мили», «микро» и т. д.

Верно	Неверно
$t = (14,85 \pm 0,05) \cdot 10^3$ мс $t = (14,85 \pm 0,05)$ с	$t = (14850 \pm 50)$ мс
$T = (1,25 \pm 0,02) \cdot 10^3$ К	$T = (1250 \pm 20)$ К

2.7. Алгоритм обработки результатов

Прямые измерения

1. Составить таблицу измерений:

Порядковый номер измерения	1	2	3	...	i	...	n
Результат измерения	x_1	x_2	x_3	...	x_i	...	x_n

2. Найти среднее арифметическое значение величин $x_1, x_2, \dots, x_n$:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i.$$

3. Найти среднюю квадратическую погрешность отдельного результата при n измерениях (погрешность метода измерений)

$$nS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n-1}}.$$

4. Отбраковать результаты (исключить промахи).

- 4.1. Найти относительное уклонение «подозрительного» (x_k) измерения, выраженное в долях nS :

$$v_k = \left| \frac{\bar{x} - x_k}{nS} \right|.$$

- 4.2. Найти значения $v_{\min}$, $v_{\max}$ по известному количеству измерений.

- 4.3. Сравнить v с $v_{\max}$ и $v_{\min}$ для отбраковки:

если $v > v_{\max}$ – измерение x_k отбраковать (промах);

если $v < v_{\min}$ – измерение x_k оставить;

если $v_{\min} < v < v_{\max}$ – измерение x_k можно и оставить и отбраковать.

5. Найти уточненные значения $\bar{x}$ и nS по оставшимся после отбраковки результатам.
6. Найти погрешность результата серии измерений:

$${}^nS_{\bar{x}} = \frac{{}^nS}{\sqrt{n}}.$$

7. Найти доверительный интервал (абсолютную погрешность результата серии измерений) Δx для $\bar{x}$.

7.1. Задать α (для чаще всего выбирают $\alpha=0,95$).

7.2. Найти по n и α табличное значение коэффициента Стьюдента $t(\alpha, n)$ (см. Приложение, табл. П11). Например:

n	2	3	4	5	6	7
$t(\alpha, n)$	12,71	4,30	3,18	2,78	2,57	2,45

n	8	9	10	11–14	15–28	29– ∞
$t(\alpha, n)$	2,36	2,31	2,26	2,2	2,1	2,0

7.3. Определить Δx : $\Delta x = {}^nS_{\bar{x}} \cdot t(\alpha, n)$.

8. Если Δx окажется сравнимой с $\Delta x_{\text{пр}}$, т. е. погрешности прибора, то в качестве доверительного интервала следует взять величину

$$\Delta x_{\Sigma} = \sqrt{t^2(\alpha, n) {}^nS_{\bar{x}}^2 + \left(\frac{t(\alpha, \infty)}{3}\right)^2 \Delta x_{\text{пр}}^2}.$$

9. Найти относительную погрешность результата серии измерений:

$$\delta_x = \frac{\Delta x}{\bar{x}}.$$

10. Привести запись результата измерений.

В качестве примера приведем запись результата измерений времени задержки воспламенения горючей смеси.

10.1. Записать результат измерений в виде:

$$x = (1,4386 \pm 0,381) \text{ с}.$$

10.2. Округлить Δx :

$$\Delta x = 0,381 \text{ с} \approx 0,4 \text{ с} \quad (\text{для } n = 5 \div 10);$$

$$\Delta x = 0,381 \text{ с} \approx 0,38 \text{ с} \quad (\text{для } n = 25 \text{ и более}).$$

10.3. Округлить $\bar{x}$:

$$x = (1,4 \pm 0,4) \text{ с} \quad (\text{для } n = 5 \div 10);$$

$$x = (1,44 \pm 0,38) \text{ с} \quad (\text{для } n = 25 \text{ и более}).$$

Косвенные измерения

Пусть $z = f(a, b, c, \dots, A, B, C, \dots)$ – результат косвенных измерений, где $a, b, c, \dots$ – результаты прямых измерений; $A, B, C, \dots$ – числовые константы.

1. Для каждой серии измерений $(a, b, c, \dots)$ для определения искомой величины z провести обработку.
2. Оценить границы доверительного интервала для результата косвенных измерений:

$$\Delta z = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial a}\right)^2 \Delta a^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial b}\right)^2 \Delta b^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial c}\right)^2 \Delta c^2 + \dots},$$

где $\frac{\partial f}{\partial a}, \frac{\partial f}{\partial b}, \frac{\partial f}{\partial c}, \dots$ вычисляются по $a = \bar{a}, b = \bar{b}, c = \bar{c}, \dots$

3. Определить относительную погрешность результата серии косвенных измерений:

$$\delta z = \Delta z / \bar{z} \cdot 100 \%,$$

где $\bar{z} = f(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \dots, A, B, C, \dots)$.

4. Окончательный результат записать в виде: $z = \bar{z} \pm \Delta z$.
5. Привести в соответствие с полученной погрешностью запись результата измерений.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Что называется диатермичной средой?
2. Какие газы являются диатермичными?
3. Какие газы излучают и поглощают энергию?
4. Что называется тепловым излучением?
5. Какие виды излучений относят к тепловому излучению?
6. Какой диапазон длин волн определён для инфракрасного и видимого излучения?
7. От каких факторов зависит излучательная и поглощательная способность твёрдых тел?
8. Что называется потоком излучения?
9. Что называется интегральным потоком излучения?
10. Что называется поверхностной плотностью потока интегрального излучения?
11. Что называется результирующим излучением?
12. Что называется абсолютно чёрным телом?
13. Что называется абсолютно белым телом?
14. Что называется коэффициентом поглощения?
15. Что называется коэффициентом отражения?
16. Что называется коэффициентом проницаемости?
17. Чему равен коэффициент абсолютно чёрного тела?
18. Что называется степенью черноты твёрдого тела?
19. Как рассчитать поток собственного излучения тела с известной температурой T и площадью излучающей поверхности F ?
20. Как уменьшить передачу тепла излучением между телами?

21. Как влияет расстояние от излучающей поверхности до экрана на лучистый поток для системы тел:
 - а) две параллельные плоские поверхности,
 - б) труба в цилиндрической кожухе?
22. Какой имеет спектр излучения (сплошной или дискретный) и от каких факторов зависит излучательная способность:
 - а) твёрдых тел,
 - б) излучающих газов?
23. Как записать уравнение для расчета теплообмена излучением между двумя телами, произвольно расположенными в пространстве?
24. Что называется угловыми коэффициентами?
25. В каких пределах изменяются угловые коэффициенты и от чего они зависят?
26. Как записать соотношения, определяющие связь между коэффициентами поглощения, отражения и пропускания?
27. Как определяется степень черноты излучающих газов?
28. Как рассчитывается длина пути луча для замкнутых объёмов излучающего газа и как она используется в расчетах теплообмена излучением между газом и оболочкой?
29. Что называется предельной степенью черноты?
30. Как сформулировать закона Стефана – Больцмана? Как записать соотношения для расчета собственного излучения:
 - а) твёрдых тел,
 - б) излучающих газов?

ГЛОССАРИЙ

Градиент температуры – вектор, направленный по нормали к изотермической поверхности в сторону возрастания температуры. Градиент температуры численно равен первой производной температуры по нормали к изотермической поверхности.

Давление – сила, с которой газ (или пар) действует на единицу площади своей оболочки.

Диффузор – канал, в котором происходит торможение потока с увеличением давления рабочего тела.

Изотермическая поверхность – геометрическое место точек, имеющих в данный момент времени одинаковую температуру.

Изотропное излучение – излучение, характеризующееся интенсивностью, одинаковой по всем направлениям.

Интегральная отражательная способность тела – отношение отраженной энергии к падающей.

Интегральная поглощательная способность тела – отношение поглощенной энергии к падающей.

Интегральная пропускательная способность тела – отношение пропущенной энергии к падающей.

Интегральная степень черноты – отношение энергии излучаемой данным телом к энергии, излучаемой абсолютно чёрным телом при той же температуре.

Конвективный теплообмен – совместный перенос теплоты конвекцией и теплопроводностью.

Конвекция – перенос теплоты, осуществляемый движущимися макроскопическими элементами среды.

Окружающая среда – тела, не входящие в термодинамическую систему.

Параметры состояния – физические величины, которые однозначно определяют состояние термодинамической системы и изменяют свои значения при совершении процесса.

Парообразование – переход вещества из конденсированной фазы (жидкой или твёрдой) в газовую фазу.

Плотность – масса единицы объёма.

Процесс кипения – процесс интенсивного парообразования в жидкости (переход вещества из жидкого в газообразное состояние) с возникновением границ разделения фаз (образование пузырьков или плёнок насыщенного пара на поверхностях нагрева, их ростом и передвижением в объёме жидкости).

Рабочее тело – вещество, с помощью которого осуществляется преобразование какой-либо энергии при получении механической работы, холода, теплоты.

Температура – мера (или степень) нагретости тела.

Температура инверсии – температура, соответствующая такому состоянию рабочего тела, при котором в процессе адиабатного дросселирования она не изменяется.

Температурное поле – совокупность мгновенных значений температуры во всех точках изучаемого пространства.

Температурный градиент – вектор, направленный по нормали к изотерме в сторону увеличения температуры.

Тепловое излучение – перенос теплоты электромагнитными волнами.

Тепловой поток – количество теплоты, проходящее в единицу времени через изотермическую поверхность.

Теплоемкость – количество теплоты, необходимой для нагревания вещества на 1 градус.

Теплоизолированная (адиабатная) система – система, которая не имеет возможности обмениваться со средой теплотой.

Теплообмен – самопроизвольный процесс переноса теплоты в пространстве с неоднородным температурным полем.

Теплоотдача – теплообмен между подвижной средой (жидкость, газ) и поверхностью твердого тела.

Теплопередача – теплообмен между двумя средами, разделенными твердой стенкой.

Теплопроводность – перенос теплоты в среде (твердой, жидкой, газообразной) посредством хаотического (теплого) движения микрочастиц (молекул, атомов, свободных электронов).

Теплота – особая форма передачи энергии, которая в отличие от работы не связана с видимым перемещением тела.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица П1

Коэффициенты Стьюдента $t(\alpha, n)$

n	α							
	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99	0,999
2	1,38	2,0	3,1	6,3	12,7	31,8	63,7	636,6
3	1,06	1,3	1,9	2,9	4,3	7,0	9,9	31,6
4	0,98	1,3	1,6	2,4	3,2	4,5	5,8	12,9
5	0,94	1,2	1,5	2,1	2,8	3,7	4,6	8,7
6	0,92	1,2	1,5	2,0	2,6	3,4	4,0	6,9
7	0,90	1,1	1,4	1,9	2,4	3,1	3,7	6,0
8	0,90	1,1	1,4	1,9	2,4	3,0	3,5	5,4
9	0,89	1,1	1,4	1,9	2,3	2,9	3,4	5,0
10	0,88	1,1	1,4	1,8	2,3	2,8	3,3	4,8
11	0,88	1,1	1,4	1,8	2,2	2,8	3,2	4,6
12	0,87	1,1	1,4	1,8	2,2	2,7	3,1	4,5
13	0,87	1,1	1,4	1,8	2,2	2,7	3,1	4,3
14	0,87	1,1	1,4	1,8	2,2	2,7	3,0	4,2
15	0,87	1,1	1,3	1,8	2,1	2,6	3,0	4,1
16	0,87	1,1	1,3	1,8	2,1	2,6	2,9	4,0
17	0,86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,6	2,9	4,0
18	0,86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,6	2,9	4,0
19	0,86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,6	2,9	3,9
20	0,86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,5	2,9	3,9

n	α							
	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99	0,999
21	0,86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,5	2,8	3,8
22	0,86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,5	2,8	3,8
23	0,86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,5	2,8	3,8
24	0,86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,5	2,8	3,8
25	0,86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,5	2,8	3,7
26	0,86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,5	2,8	3,7
27	0,86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,5	2,8	3,7
28	0,86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,5	2,8	3,7
29	0,86	1,1	1,3	1,7	2,0	2,5	2,8	3,7
30	0,85	1,1	1,3	1,7	2,0	2,5	2,8	3,7
40	0,85	1,1	1,3	1,7	2,0	2,4	2,7	3,6
60	0,85	1,0	1,3	1,7	2,0	2,4	2,7	3,5
120	0,84	1,0	1,3	1,7	2,0	2,4	2,6	3,4

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

Литература

1. Александров А.А. Таблицы теплофизических свойств воды и водяного пара: справочник / А.А. Александров, Б.А. Григорьев. – М.: Изд-во МЭИ, 2006. – 168 с.
2. Андрианова Г.Н. Сборник задач по технической термодинамике / Г.Н. Андрианова, Б.В. Дзампов, В.Н. Зубарев, С.А. Ремизов. – М.: Энергоиздат, 1981. – 240 с.
3. Андриющенко А.А. Основы термодинамики циклов теплоэнергетических установок. – М.: Высш. шк., 1985. – 319 с.
4. Афанасьев В.Н. Задачник по технической термодинамике и теории тепломассообмена / В.Н. Афанасьев, С.И. Исаев, И.А. Кожин и др. – М.: Высш. шк., 1986. – 151 с.
5. Борисов Б.В. Практикум по технической термодинамике и тепломассообмену / Б.В. Борисов, А.В. Крайнов, В.Е. Юхнов. – Томск: Изд-во ТПУ, 2010. – 141 с.
6. Бродянский В.М. Эксергетический метод и его приложения / В.М. Бродянский, В. Фатшер, К. Михалек. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 286 с.
7. Вукалович М.П. и др. Таблицы термодинамических свойств воды и водяного пара. – М.: Изд-во стандартов, 1969. – 408 с.
8. Вукалович М.П. Техническая термодинамика / М.П. Вукалович, И.И. Новиков. – М.: Энергия, 1968. – 496 с.
9. Голдаев С.В. Основы технической термодинамики: учеб. пособие для вузов / С.В. Голдаев, Ю.А. Загоров. – Томск: Изд-во ТПУ, 2009. – 224 с.
10. Жуховицкий Д.Л. Сборник задач по технической термодинамике: учеб. пособие. – Ульяновск: Изд-во УлГТУ, 2004. – 98 с.
11. Зубарев В.Н. Практикум по технической термодинамике / В.Н. Зубарев, А.А. Александров, В.С. Охотин. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 304 с.

12. Исаченко В.П. Теплопередача / В.П. Исаченко, В.А. Осипова, А.С. Сукомел. – М.: Энергоиздат, 1981. – 417 с.
13. Исследование процессов во влажном воздухе: лабораторная работа / сост. В.И. Ляшков, В.А. Русин. – Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2008. – 28 с.
14. Карышев А.К. Теплофизика / А.К. Карышев, Ю.Д. Лапин, В.П. Симонов. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 120 с.
15. Кириллин В.А. Техническая термодинамика: учебник для вузов / В.А. Кириллин, В.В. Сычев, А.Е. Шейндлин. – 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Изд-во МЭИ, 2008. – 495 с.
16. Коновалова Л.С. Теоретические основы теплотехники. Теплопередача: учеб. пособие / Л.С. Коновалова, Ю.А. Загромов. – Томск: Изд-во ТПУ, 2001. – 118 с.
17. Коновалова Л.С. Теоретические основы теплотехники. Примеры и задачи: учеб. пособие / Л.С. Коновалова, Ю.А. Загромов. – Томск: Изд-во ТПУ, 2001. – 115 с.
18. Крайнов А.В. Основы теплоэнергетики: учеб. пособие / А.В. Крайнов, Г.В. Швалова. – Томск: Изд-во ТПУ, 2011. – 164 с.
19. Крайнов А.В. Тепловые установки и системы: учебник для вузов / А.В. Крайнов, Г.В. Швалова. – Томск: Изд-во ТПУ, 2012. – 115 с.
20. Крайнов А.В. Теплотехника: учеб. пособие для вузов. – Томск: Изд-во ТПУ, 2012. – 93 с.
21. Краснощеков Е.А. Задачник по теплопередаче / Е.А. Краснощеков, А.С. Сукомел. – М.: Энергия, 1980. – 288 с.
22. Логинов В.С. Примеры и задачи по тепломассообмену: учеб. пособие для вузов / В.С. Логинов [и др.]. – Томск: Лань, 2011. – 256 с.
23. Ляшков В.И. Теоретические основы теплотехники: учеб. пособие. – М.: Высш. шк., 2008. – 318 с.
24. Маленченко А.Ф. и др. Ядерная энергетика. Общество и природа. – М.: Наука и техника, 1990. – 223 с.
25. Мизун Ю.Г. Озонные дыры: мифы и реальность. – М.: Мысль, 1993. – 287 с.

26. Михеев М.А. Основы теплопередачи / М.А. Михеев, И.М. Михеева. – М.: Энергия, 1980. – 344 с.
27. Носков Н.С. Технологические методы защиты атмосферы от вредных выбросов на предприятиях энергетики / Н.С. Носков, З.П. Пай. – Новосибирск: Наука, 1996. – 156 с.
28. Охрана окружающей среды / под ред. С.В. Белова. – М.: Высш. шк., 1991. – 319 с.
29. Рабинович О.М. Сборник задач по технической термодинамике. – М.: Машиностроение, 1973. – 344 с.
30. Ребане К.К. Энергия, энтропия, среда обитания. – Таллин: Валгус, 1984. – 159 с.
31. Ривкин С.Л. Термодинамические свойства газов. – М.: Энергия, 1973. – 288 с.
32. Теоретические основы теплотехники. Теплотехнический эксперимент. Кн. 2: справочник / под ред. В.А. Григорьева, В.М. Зорина. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 557 с.
33. Теплотехника / под ред. А.П. Баскакова. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 224 с.
34. Техническая термодинамика / под ред. В.И. Крутова. – М.: Высш. шк., 1982. – 450 с.
35. Фукс Г.И. Техническая термодинамика. – Томск: Изд-во ТГУ, 1973. – 460 с.
36. Чухин И.М. Техническая термодинамика. Ч. 1. – Иваново, 2006. – 224 с.
37. Чухин И.М. Техническая термодинамика. Ч. 2. – Иваново, 2008. – 230 с.

Интернет-ресурсы

38. Учебная литература по теплоэнергетическим системам [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.energosoftware.info/new_knigi.html, вход свободный.
39. Научно-техническая и учебная литература по дисциплине [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://ihtik.lib.ru/>, вход свободный.
40. Теоретические основы теплотехники [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://e-le.lcg.tpu.ru/public/TOT_0811/index.html, вход для пользователей корпоративной сети ТПУ.
41. Термодинамика [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://stud.lms.tpu.ru/course/view.php?id=1166>, вход для пользователей корпоративной сети ТПУ.
42. Техническая библиотека [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://techlibrary.ru/>, вход свободный.
43. Библиотека «теплоэнергетика» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: www.twirpx.com/search/?query=теплоэнергетика, вход свободный.